

柏林數學之旅

吳培元

四年一度的國際數學家會議 (International Congress of Mathematicians) 今年八月在德國柏林舉行。這已是第二十三屆的會議，故議程的安排，頒獎的形式都照著既有的傳統方式進行。這些實際進行的情形在本專題的其他報告中都會有詳盡的敘述。爲了避免與這些報告有重複之處，故我選擇了一個不同的角度，就我個人在柏林會議期間參與的兩次與數學相關的旅遊作報導，由歷史的縱深面來探討柏林數學發展的情形。

本次會議在餘興節目的安排上與過往不同者，在於與會者除了可以參加一般商業旅遊到柏林附近城鎮觀光外，主辦單位另外還安排了十幾二十個所謂的 Footloose Tour。這是由柏林地區的數學家帶隊在柏林市內免費的觀光旅遊。其行程大多數是前往皇宮、古蹟、動物園或百貨公司作半日參觀。但其中

有兩個是和數學或數學家相關的。其一是前往柏林韓伯特大學 (Humboldt-University Berlin) 數學系參觀，另一個則是探訪幾位柏林數學家的墳墓。

韓伯特大學是柏林地區三所大學之一 (另兩所大學分別是柏林科技大學 (Technical University of Berlin)，這也是這一次國際數學家會議的舉辦場地，和柏林自由大學 (Free University of Berlin))。該校由 Wilhelm von Humboldt 和 Alexander von Humboldt 兄弟二人創立於 1810 年。校園位於前東柏林內。它的一棟主要建築成 H 形狀，係當年普魯士國王將一處王子的皇宮捐贈給該大學的 (見圖一)。因而該大學早期即以此國王的名稱命名，稱爲 Friedrich-Wilhelms-Universität。自 1949 年以後才改爲現名。



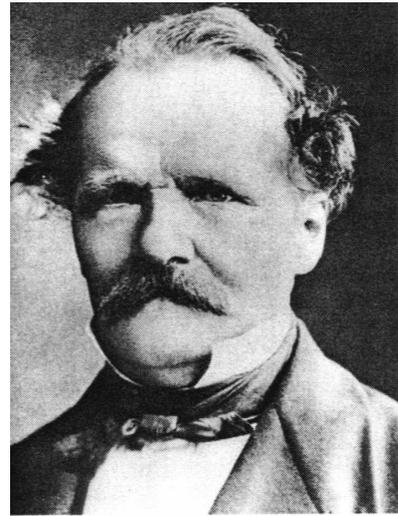
圖一. 韓伯特大學, 數學系即在此建築三樓

要追溯柏林數學的傳統必須要回到十九世紀甚至更早的十八世紀的年代。在十八世紀初，微積分的發明者之一萊布尼茲就曾在柏林停留過三年，擔任當時新成立的柏林科學院的院長，推動學院的學術活動。在他逝世二十五年以後，柏林科學院的數學學術地位達到了另一個國際性的高峰。這主要是因為在這一段時間裡，一些目前我們耳熟能詳的大數學家如 L. Euler, J. Bernoulli III, J. H. Lambert 和 J. L. Lagrange 等人都曾經先後以科學院會員的身份待在柏林地區一段時間，從事學術活動。Lagrange 在 1784 年離開柏林以後，柏林數學的沒落已是無法避免的了。它的再度振興則要等到數十年以後，藉由柏林大學的建立，重新帶動起來。

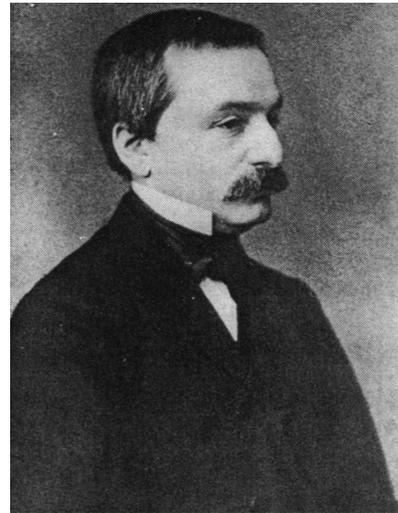
十九世紀初，歐洲（甚至於全世界）的數學主流是被法國所掌控的。這也可以由當時活躍於柏林的法國數學家 G. P. L. Dirichlet 看得出來。他和其後來到的 J. Steiner 和 C. G. J. Jacobi 形成了一個極具活力的三人組，從而吸引到更多青年才俊到柏林來，例如 G. Eisenstein, L. Kronecker 和 B. Riemann 等人。到了十九世紀中葉，Dirichlet 轉到哥庭根大學去承繼 Gauss 所遺留下來的教授位子。柏林數學的傳統改由 E. E. Kummer 所承接。他和 L. Kronecker 和 K. Weierstrass 二人形成一個金三角，也開創了十九世紀後半期柏林數學的另一個黃金時代。

Kummer(見圖二)的早期研究工作，集中於超幾何級數 (hypergeometric series) 的理論。但他最大的貢獻則在於數論方面，他

所創造的一套理論是後來發展出來的「理想理論」(theory of ideals) 的前身。他也證明了 Fermat 最後定理 (當 $n \geq 3$ 時, $x^n + y^n = z^n$ 沒有非零的正整數解), 當 n 是質數且小於 100 時, 都是對的。他在晚年則專注於研究幾何光學。



圖二. Ernst Eduard Kummer



圖三. Leopold Kronecker

Kronecker(見圖三)曾是 Kummer 的學生。他在數論、代數幾何、橢圓函數論

及 Galois 理論方面都有極為傑出的貢獻。但對於一般數學家來說，最常碰到他名字的地方則是一個常用的數學符號 Kronecker's delta:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{如果 } i = j, \\ 0 & \text{如果 } i \neq j, \end{cases}$$

以及他對數學哲學的看法：他堅持用數學公式及演算法來達到他的數學結論，而不接納他的同事 Weierstrass 及其後的 Cantor 用二分法邏輯所作的推論。



圖四. Karl Weierstrass

Weierstrass (見圖四) 的名字則是所有唸數學的人都非常熟悉的。在大學部的「高等微積分」及「複變函數論」兩門必修課中充斥著他所證明的各種定理，例如 Bolzano-Weierstrass 定理 (任何平面上的有界數列必有一收斂子數列)，Weierstrass 均勻收斂條件 (被正收斂級數限制的函數級數必為均勻收斂)，Weierstrass 逼近定理 (定義在有界閉區間上的連續函數可以用多項式均勻逼近) 及 Casorati-Weierstrass 定理 (一個平面上的函數，其本質奇異點的任何鄰域經此函

數對應過去的值域閉包是整個平面) 等。他在 1872 年所造的一個連續而處處不可微分的實函數也形成數學分析基礎的一個重要分水嶺。

我所參加的那一次到韓伯特大學參觀的旅遊係由該大學數學系一位年輕教授 D. Grieser 帶隊。一行共十人，分別來自不同的國度。大家一起搭乘地下鐵到該大學附近，再步行一下就到了學校的主要大樓。進到一樓大廳內，由事先安排的一位女導遊帶領大家參觀。她以德文說明，再由 Grieser 翻譯成英文。在上到二樓的樓梯前牆上刻有馬克斯的一段話：「哲學家們只是對這個世界提供了各種不同的解釋，但重要的事是要去改變它。」，大家都覺得不無道理。(馬克斯曾在此學校就讀過。) 上到二樓，走道牆壁上掛有二十六位與該校有關的諾貝爾獎得主的照片及其成就說明，這其中包括了愛因斯坦，M. Planck 及 M. Born 等人。走道相當昏暗，天花板上吊著一個個大圓燈，顯得一副破敗的模樣，主要是因為前東德時期經費短缺而年久失修所致。

數學系位於該建築的三樓上。我們先參觀了一間 Karl-Weierstrass 講堂 (見圖五)，其內設備也相當陳舊，一邊牆上有一個 Weierstrass 的頭像 (見圖六)。

當然這個講堂是近代才設置的，Weierstrass 本人是否在此講學過則不太清楚。走道牆上也掛了不少著名數學家的圖像 (見圖七)。步行其間，彷彿經由時光隧道回到一、兩百年以前，重新踏足在先賢講學及活動的環境中。對我個人來說三十幾年接觸到的生冷而模糊的數學家的名字似乎都變成了一個個鮮活的個體，對於他們所創造的數學也有了更深一層的體認。



圖五. Karl-Weierstrass 講堂



圖六. Weierstrass 頭像



圖七. 走道上的數學家圖像

另一次的數學之旅則是由一位柏林自由大學的數學家帶隊。參加的人較多，包括了一位十年前逝世的密西根大學數學教授 A. Shields 的遺孀。大家仍是乘地下鐵，先到柏林市南面的一處教會墓園 Cemetery of St. Matthews parish。其內環境優雅，維護整潔，林蔭之間一座座墓地整齊地排列著。我們先找到 Kronecker 的墓（見圖八）。其後的一大塊石碑上刻有他和他太太的出生及死亡的時日（Kronecker 是在 1891 年他太太過世四個月後去世的）。另外我們也在旁邊不遠處

找到了大物理學家 G. R. Kirchhoff 及因採集出版德國童話故事而出名的格林兄弟的墳墓。同一個墓園內還有數學家 L. Fuchs 的墓（他以 Fuchsian 微分方程式及 Fuchsian 群而聞名）。另一個探訪的重點是在柏林城北的 Cemetery of the parish of St. Hedwigs Cathedral 墓園。此地已在舊東西柏林圍牆邊，故維護上沒有上一個墓園美觀。我們找到了 Weierstrass 的墓園，靜靜地靠在一處牆邊，大家競相拍照留念。



圖八. Kronecker 的墓碑

數學的發展源於一代一代數學家不斷的努力,持續創造一個又一個數學的高峰。柏林數學在歷經兩百五十年高度的發展後,到了第二次世界大戰前,由於納粹政治勢力的介入,佔多數的猶太裔數學家受到迫害而離職,使得這個優良傳統遽而中斷。二次世界大戰後,隨著時勢的轉移,韓伯特大學的數學早已喪失其領袖群倫的地位而淪落至一般的水準了。這一次配合數學家會議的舉行,德國數學會 (DMV) 也辦了一項名為“Terror and Exile”(恐怖與流放)的展覽,以圖片及文字

歷數這一段大戰前後猶太數學家被迫害的史實,看後令人低迴嘆息不已。

附記: 欲了解柏林數學發展的更詳細內容,讀者可參考今年為配合本次會議的舉行而出版的一本書: *Mathematics in Berlin* (H. G. W. Begehr et al., eds., Birkhäuser Verlag, Berlin, 1998)。

—本文作者任教於國立交通大學應用數學系—