有朋自遠方來——
專訪 Yavuz Nutku 教授

策　畫：劉太平
受訪者：Yavuz Nutku (以下簡稱 N)
訪問者：吳德琪 (W), 李志豪 (L)
謝春忠 (H)
整　理：吳德琪, 郭淑芬, 謝春忠
時　間：民國九十年十一月十二日

Yavuz Nutku 出生於土耳其伊斯坦堡, 1965 美國 UC Berkeley 學士, 主修物理, 1969年獲美國芝加哥大學物理博士學位。曾任職美國, 土耳其多所著名大學與研究所。1997年起任職於伊斯坦堡 Feza Gürsey 研究所。主要研究興趣爲數學物理、可積系統 Hamiltonian 構造、Monge-Ampere 方程等等。

W：可否請您介紹一下土耳其的學術環境?

N：首先, 我想先恭禧你們, 中央研究院是一個具有世界水準的研究單位—這裡可以比美愛因斯坦研究所 (Einstein Institute) , 以及 Max Planck 研究所。惟一不同的就是你們的殷勤款待, 對於這一點, 我不勝感激。眞謝謝你們。這裡眞是工作的好地方。

H-L-W：不謝! 不謝!

N：我們那裡就沒有這麼好的設備。例如, 你們有一個非常好的圖書館, 館藏豐富, 而我們的圖書設備則相形不足。

H：我很希望您能介紹有關貴國或鄰近國家的科學和數學發展的一些背景資料。

N：大約是在我拿博士學位 (1969年) 的前後, 土耳其的研究在科學索引引用文獻的排名是44, 現在則是第25。在相對短的時間裡, 這算得上是很大的進步。大部份人做的是物理方面的研究, 在數學研究方面就不是那麼多。因此, 我所說的大的進步, 指的當然是物理學方面。

H：爲什麼在物理和數學之間會有這麼大的差距?

N：不是的。你也明白, 在俄國, 數學和物理研究並沒有眞正的區別。他們眞正說的物理學和我所說的物理學是不同的; 理論物理學當然就是數學。因此, 即便我是在數學研究所裡工作,

我還是一位物理學家。物理與數學有很多共通點; 這麼一來, 二者的區隔眞的很模糊, 並沒有分明的界限。

W：您可不可以解釋一下, 什麼是可積性 (integrability) 理論 [2]? 譬如說: 從孤粒子 (solitons)[1]、漢米爾頓結構 (Hamiltonian structure) [2] 或量子群論 (quantum groups) [4] 等等不同觀點來看這個理論。

N：談到這個問題, 第一個要說的是: 可積性理論是數學家所發明的。實際上, 可積性並無明確的定義, 顯而易見的, 這是因爲它跨越了科學的一切邊界。而且, 可積性有許多面相, 而它重要的一個面相是逆散射理論 (inverse scattering theory [1])。當逆散射理論在1960年代剛出現的時候, 可說是數學物理上一個重要的變革。現在, 我們經由逆散射理論, 可以辨認出完全可積偏微分方程。另一面相是, 多重漢米爾頓結構 (multi-Hamiltonian)[6] 或雙重漢米爾頓結構 (bi-Hamiltonian) , 這種可積性理論是由 F. Magri [8] 的理論導出來的。令人訝異的是氣體動力學 (gas dynamics) 有不只一種的漢米爾頓流 (Hamiltonian flows) 。這開啓了完全可積性理論, 並且提供完全可積性所需的守恆律 (conservation laws) 。

可積性還有其它面相, 像是 Yang-Baxter 方程 [6], 你們將會有兩天的會議 (2001年11月16～17日) 討論它; 以及 Hirota bilinear forms [7] 的另一面相。而這些都是奇妙數學共同成就了可積性理論。也因此, 從我們可以用多種不同角度、工具來探討可積性。而在這裡, 你們的逆散射理論 (inverse scattering theory) 陣容很堅強, 你們邀請我來, 雖然我並不是逆散射這個領域的。我很高興我們有很不錯的意見交流與互動。

H： 我們不妨就可積性方面再多談一些。爲什麼突然間, 可積性理論和保角場論 (conformal field theory) 以及弦論 (string theory) 等方面的相關性這麼大?

N：除了說它們都是完全可積系統之外, 我眞的不知道這個問題的答案。在弦論中, 我們可以解決系統限制, 對系統做積分而求得明確解, 弦論變成這個可積系統之一個例子。而數學就是要求得問題的解, 可積性是伴隨著弦論自然而起的, 因此, 這兩個理論相互關聯且相互影響, 這對我來說, 一點也不驚訝。

H：在科學歷史之中, 兩個這麼新的領域, 在這麼短的時間內變得密切相關, 是常見的嗎?

N：這是個很重要的問題, 我但願我有一個令人滿意的答案。我不認爲有任何人知道它眞正的關聯性, 它和我們之前的科學史有所不同。比方說, 電學和磁學, 是馬克思威爾 (Maxwell) 將它們結合在一起的。

但可積性及弦論不像那樣。說得更恰當一點, 弦論和可積性的關聯是一道道地地的數學建構。每個地方都可能有可積性, 但可積性是稀有的。但是, 另一方面來說, 給定任何偏微分方程的系統, 該系統之極限行爲 (limiting behavior) 便會產生可積系統, 而實際上, 任何有意義之物理系統, 其極限行爲都將產生可積性的。

H：爲什麼該極限條件總是變成1+1的可積系統, 而不是2+1或3+1?

N：在高維裡, 可積系統應該是看成4+0維, 而不是3+1維的系統。因在4+0維, Hodge-$*$算子取實固有值; 但在3+1維, Hodge-$*$算子, 則是取純虛數的固有值。大家都相信, 4+0維的自伴楊–米爾斯 (self-dual Yang-Mills) 方程是所有可積系統的始祖。而我感興趣的是自伴重力場 (self-dual gravity) 方程, 所導出的 Monge-Ampere 方程。我可以證明出高維 ($n > 2$) 的 Monge-Ampere 方程是可積系統; 但實際物理較有意義的二維 Monge-Ampere 方程的可積性, 仍待研究。

W：那麼, 可積性的重要性爲何?

N：嗯! 在實際生活中的問題, 經常是複雜的。而如果你能瞭解它們的極限行爲— 此時是可積的, 那麼, 你就能由極限行爲可積性之研究, 用來處理原來較複雜的問題了。因此, 我認爲, 盡我們所能, 找出任何系統的可積極限才是眞正重要的。

W：可積系統的未來爲何?

N：你們知道, 科學的生命就像是眞實的生命一樣。一開始, 你有一個嬰兒時期, 然後, 你漸漸長大, 變得成熟了;

之後, 很快地, 你發現所有可解的問題, 都已被透徹地研究過了。之後, 進入老年期, 此時爲了得到結果, 你必需做更多的工作。我想, 在可積性理論裡頭, 現在就是老年期了, 所有簡單、可做的問題都已用不同的方法解決了, 而剩下的問題也變得非常地複雜。但是, $\bar{\partial}$ 技巧及 twistor theory 看來是還未經完全開發, 而將來可用來解決高維可積系統的問題。

H：從我們的觀點看, 在高維可積系統中, 其障礙 (obstruction) 總是在於該逆散射係數 (inverse scattering data) 的相容性條件 (compatibility condition) [3]。以你的觀點而言, 障礙是什麼?

N：2+1維的物理現象已經是很困難的問題, 但此時, 我們又有一些可積性的例子, 如 D-S 方程, K-P 方程$\cdots$,[1]。但是2+1維的可積系統的逆散射理論已不像1+1維那樣自然完善。我們不能再如此這般地如法泡製3+1維可積系統。我認爲, 爲了了解4+0維可積性, 我們應該研究 Yang-Mills 或 Einstein 方程的自伴方程 (self-dual equation) 。

W：您的意思是, 舊的方法並不是那麼自然?

N：是的, 老方法很快就技窮了。其實2+1非常困難, 還有許多東西值得做。但是數學家必需多下一些工夫。

H：在1+1, 我們有所謂的二維物理 (2-dimensional physics) , 如, 仿射李代數 (affine Lie algebras) [9]、量子群 (quantum groups) [9], 依您的觀點, 2+1裡頭, 我們會碰到那種結構?

N：我再說一次, $\bar{\partial}$ 技術 [3]。$\bar{\partial}$ 技術是唯一能有好結果的。

W : 靠 $\bar{\partial}$ 技術? 您指的是 $\bar{\partial}$ dressing 方法?

N : 正是。

W : 但我認爲, $\bar{\partial}$ dressing 也是一種極人爲、不自然的方法。

N : 沒錯, 它的確是。

W : 我們想知道, 雙重漢米爾頓結構 (bi-Hamiltonian) 方法和可積系統的其它方法之間有何不同? 以及爲何您會進入可積系統之雙重漢米爾頓結構的研究領域?

N : 如果你有兩個漢米爾頓結構, 你就可以建立一個循環算子 (recursion operator)。現在, 我們要求該循環算子的固有值 (eigenvalues) , 即是逆散射線性問題的固有值, 結果就會發現到, 該循環算子的固有值函數, 即是該逆散射之線性波函數的平方。因此你可以透過這種關連性, 將這兩種方法連結。但是, 在其它方面, 這兩種方法是迥異其趣的。

W : 爲什麼您會在可積系統中選擇這個雙重漢米爾頓結構?

N : 在1983, 我因用了 Dirac 理論以解 Benney 方程, 而進入可積系統的研究。在相對論的 Maxwell 方程及 Yang-Mills 方程, 我們都得用 Dirac 限制理論 (Dirac theory of constraints) 以寫出漢米爾頓結構 (Hamiltonian structure); 而且這些限制都是規範協變的 (gauge-covariant)。

在 Dirac 理論, 前述限制是屬於第一類 [10], 但在可積系統理論中, 常見的 Dirac限制是屬於第二類 [10]。同樣的方法, 亦可用在氣體動力學及淺水長波的問題上。

H : 我們想嘗試瞭解, 可積系統在數學物理方面所扮演的角色究竟如何?

N : 我們從二階常微分方程 (O.D.E.) 談起, 大抵他們都具有奇異點 (singular points) , 而具正則奇異點 (regular singular points) 的條件全都是數學物理裡常見的古典函數。例如, hyper-geometric 函數。因此, 我說, 偏微分方程理論也會有同樣的情形, 所謂的可積系統都是那些具零曲率表示的微分方程。而且, 我認爲你們不需要研究那些非可積的問題, 正如我們不需要研究不具正則奇異點的常微分方程一樣, 我們不需要懂得它們, 我們用那些我們清楚的函數去逼近它們就夠了。

W : 以您的觀點, 在規範等價 (gauge equivalence) 之下, 所有可積系統都是等價, 這是爲什麼?

N : 零曲率表示 (zero curvature representation) 是可積系統最全宇性的特性。從零曲率的連絡 (connection) 開始, 該可積非線性 P.D.E., 正是零曲率的條件。另一方面, 這個連絡是可以以任意的規範 (gauge) 來改變。但是, 曲率是一個張量, 所以, 零曲率的條件在規範改變下仍是不變的。

現在, 取出一個可積系統的連絡, 以規範來改變它, 使成爲另外一個可積系統的連絡。這兩個連絡之曲率 (可能是同一方程, 或相異方程) 轉換, 就是他們之間的 Backlund 轉換 [7]。

這就是你要如何在 Sine-Gordan 方程中取得 Backlund transforms 的方法。所以, 在一個規範等價類 (gauge equivalent class) 內, 你可以這樣找出 Backlund trick。

你看, 在物理學中, 我們只對那些規範不變量感到興趣, 我深信這樣的想法。因此, 如果我能由一個系統規範轉換到另一個系統, 那麼, 我會說, 事實上眞的只算是一個系統。但是, 這並非要貶損它們之中的任何一個表示 (representation) 。像是在 NLS 方程, 你可以解釋爲閉包–孤粒子方程 (envelope-soliton equation) ; 而在 Sine-Gordan方程裡, 你可以了解常負曲率曲面。我會說, 即使你可以將一個系統, 規範轉換爲另一個, 我們仍然不能忽視它們之中的任一個系統, 每一個系統都有它自己的生命。

但是, 零曲率的條件的確是一個不變量, 而這實際上是說, 世上只有一個可積系統。但是, 在2+1的情況下, 零曲率條件已經是三個方程式了, 也正因爲這樣, 這就是讓1+1變得容易些, 而2+1變得非常困難。

H : 如果那是對的, 那也就意味著, 在眞實的世界裡, 我們只需研究唯一的主方程 (master equation) ?

N : 不, 不是的, 我想不會是那樣。我們有的這些規範等價的不同系統, 都是非 常有趣的, 像 KdV, NLS, S-G [1] 等等, 它們全部都很有意思, 也都有它們自己的生命, 雖然它們僅只是不同的表示 (representation)。正如在生物學中, 不同的表示也有著不同趣味的特性一樣。爲此, 我們要感謝上帝, 它讓一件東西有不同的表示, 這眞是個好主意。

W : 要如何辨認可積系統和雙重漢米爾頓結構 (bi-Hamiltonian structure)?

N : 有一個想法是, 當你看到一個系統, 你動手做它, 有時候你很幸運, 有時候你就沒那麼幸運。但是, 這問題不會有答案的。你只能全力以赴, 如此罷了。

H : 舉例來說, R. Miura 告訴我們說, 在1960年代, 當他們正在做可積系統的問題時, 首先, 他們找出了五或十個 KdV 方程 [1] 的守恆律。然後, 突然間, 他們知道, 他們能導出無限多的守恆律。在五和無窮大之間有沒有任何心理上的障礙呢?

N : 我認爲, 即使你以中文字來呈現數字, 一, 二, 三都是簡單的, 但是馬上, 當你寫到四時, 因爲你們不常用它, 它就變複雜了。同樣地, 俄文也是, 1, 2, 3都很普通, 但是4就完全與世界無關似的。

因此, 我認爲, 在任何文化裡, 1, 2, 3都是容易的, 但是, 4或4以上就難了。我會說, 如果你有三個守恆律, 那是很正常的。就說是 : 伽色米爾 (Casimir)、動量 (momentum) 和漢米爾頓 (Hamiltonian) , 在任何物理系統中, 這或多或少是必備的。你必需要有這三個守恆律。但是, 當你有了第四個守恆律的時候, 我的天, 你會去找產生第四個守恆律背後的對稱性。

H : 您的意思是, 四是無窮大?

N：沒錯, 四是無窮大, 或是一個大數。George Cantor因曾在一個只會算一、二、三、很多四種大小而已的種族部落待過, 而想出“無限大”這個概念的分類。

L：那麼, Painlevé 特性又是如何呢? [1]

N：老實說, 我眞的不懂 Painlevé 特性。因爲在自變數、因變數同時變換下, Painlevé 特性並沒保持, 因此, 我很難相信 Painlevé 分析是一個好數學。

但研究正則奇異點 (regular singular points) 的想法是非常好的。不過, 在變數的改變之下, Painlevé 特性沒保持, 是相當令人困惑的。舉例來說, 在 Sine-Gordan 方程裡頭, 如果你利用適當的角函數, 你就可有 Painlevé 特性; 但如果你用 Sine-Gordan 方程中慣用的變數, 你就無法從 Painlevé 方法得到任何結果。

所以, 一個形式可以有 Painlevé 特性, 但另一個卻沒有, 這不是很奇怪嗎? 因此, 我對 Painlevé 分析沒有太多的敬意。但是, 如果我想做 Painlevé 分析的話, 我會研究 L. Schlesinger 的方法, 他曾經眞的導出所謂的 Painlevé V1 [1], 而他也眞正提出過, Painlevé 分析裡的 over determined system (可積系統的 Lax pairs[1]) 的最初版本。我會從那個觀點來看—那種和零曲率條件類似的東西。那才有意義, 也才和其餘的偏微分方程連結起來。

H：如果我將高維方程化約 (reduction) 成1+1系統, 以得到相應的常微分方程。, 在這層意義上來說, Painlevé分析算不算是具有1+1的特性?

N：你看, Painlevé 特性實在要視你所用的變數而定, 因此, 我會說, Painlevé 特性甚至算不上是1+1系統的一個特性。

L：L. Schlesinger 寫下了如可積系統中, Lax pairs 嗎? [11∼ 15]

N：沒錯, 你可以看看他的論文; 即使很多研究可積系統的人並不知道這篇文章, 它是所有 Painlevé 分析最重要論文中的一篇, 。

L：您能談些可積系統裡的幾何嗎?

N：我認爲所有的可積性都是幾何。有時候它是種很熟悉的幾何, 但有時它不是。而且, 問題可能是直接由幾何而來。我會說, 即使它不是源自於幾何, 最後, 可積性總可導得有趣的幾何。它很像柏拉圖學派, 在那裡, 幾何是構成可積性眞正的結構。

H：我有一個印象, 好像是, 1+1可積系統, 總是古典曲面論的一環, 這又是怎麼回事?

N：古典的曲面理論, 實際上是 Gauss-Codazzi 方程的零曲率表示, 也因此, 所有古典的曲面理論, 都可包含在可積系統的理論之中。但是, 這樣又有一個問題來了：你能將 Gauss Codazzi 的方程式寫成, 逆散射的線性固有值問題嗎?

答案是：可以的。但是該固有值問題, 卻可能不是逆散射理論可派上用場的那種。我想, 所有可以由逆散射問題得解的古典問題, 在1+1系統裡都已經被做完了。在曲面論中, 往往

固有值問題都很不簡單, 亦因此原來的問題就變成非常困難了。然而, 原則上, 所有曲面的問題都可以用逆散射理論來求解。R. Sasaki 早就提過這個觀點。

L：您能談一些您受的教育嗎?

N：1960年代, 是土耳其的黃金歲月。你不必是一個工程師, 就可以娶到一個會彈鋼琴又會說法文的好女孩, 所以, 在唸了一年機械工程系後, 我轉到物理系, 然後, 兩年後, 很明顯地, 如果我仍待在土耳其, 我不會成爲任何一種物理學家。

所以, 我家人就送我到美國柏克萊大學讀了兩年書。爲此, 我心中充滿感激。在柏克萊時, 我專心讀書。那是一段好時光, 而在這段時間, 柏克萊大學也有了轉變。我修了一堂研究所的量子力學課, 是由曾得過諾貝爾獎的 E.G. Segre 教的。從學生的評價的觀點來看, 他並不是個好老師。但是, 不好的老師反而會使你用功。

班上有兩個大學部學生和十幾個研究生, 後來, 我在班裡成績表現最好。Segre教授打電話問我以後有什麼打算, 我說, 我想讀天文物理學, 因爲那是我唸物理的初衷。他就說, 那我應該到芝加哥大學和 S. Chandrasekhar 一起做。所以, 我就到那裡去了。

之後, 我成了 Chandrasekhar 的學生。他在各方面都成了我的偶像。最主要的, 他教會我對困難的計算不覺得畏縮, 而實際上, 我不會尊敬一個不做困難計算的人。而且, 我到現在還在做計算, 這是我從他那裡學到的東西中最重要的一點。爾後, 我在美國和土耳其, 很多地方做過博士後研究, 也就因爲這樣, 對於自己究竟要做什麼, 我無法眞正下定決心。我漸漸變得像牛仔般, 居無定所。

H：您可不可以跟我們談點 Gürsey 研究所?

N：F. Gürsey 是這代土耳其物理學學生, 和尖端物理的橋樑。他每幾年回土耳其一次, 總是在夏季回土耳其, 去挑選教導對物理有興趣的學生。所以, 對於土耳其那一代物理學的發展, 他比其他任何人都來得有貢獻。

而貴所劉太平所長現在做的工作也正是這樣。那時我很佩服 F. Gürsey, 而且, 當我成了該研究所所長時, 我把它的課程做了些改變, 也把名字改了。課程方面, 主要是主題課程 (topic program) , 學生來自土耳其各地, 就爲了我們開的這些主題課程。我從國外邀請這些課程的講師來講課。我認爲這個課程非常成功, 我們也以該課程爲基礎出版了幾本書。

在這裡我發現有些諷刺。如果在我那個時代有像這樣的東西, 我一定會跑去, 積極地參與那樣的活動的。但是, 現在我們一直沒辦法吸引到好學生來上課, 部份原因是, 沒人對理論科學感興趣。我想, 科學文化並不存在我們的日常社會裡, 而要將文化與不可能並存的東西融合在一起, 是相當困難的。但是, 我們不應該因此感到氣餒。

W：可否談談 Gürsey 研究所的學生? 他們是大學部的學生嗎?

N：是的, 大學部學生, 研究生和博士後研究都有。而他們整個學期都待在 Gürsey 研究所裡學習。也因如此, 我在繼續 F. Gürsey 過去所做的工作。我個人和他完全沒有任何密切的交

往。我不是他的學生, 甚至於我的領域也和他不同, 但是我還是將這個研究所, 以他的名字命名, 以紀念他對土耳其科學文化的貢獻。

W-L-H：非常感謝您能接受我們的訪談。

参考文獻

1. M. J. Ablowitz, P. A. Clarkson, Solitons, Nonlinear Evolution Equations and Inverse Scattering, Cambridge University Press, 1991.
2. V. I. Arnold, Mathematical Methods in Classic Mechanics, Springer Verlag, 1978.
3. R. Beals, R. Coifman, Multi-dimensional inverse scattering and nonlinear partial differential equations, Proc. Symp. Pure Math., 43(1985), A.M.S., Providence, 45-70.
4. V. Chari, A. Pressley, A Guide to Quantum Groups, Cambridge University Press, 1994.
5. P. G. Drazin, R. S. Johnson, Solitons: An Introduction, Cambridge University Press, 1989.
6. L. D. Faddeev, L. A. Takhtajan, Hamiltonian Methods in the theory of solitons, Springer Verlag, 1987.
7. Chao-hao Gu (ed.), Soliton Theory and Its Applications, Springer Verlag, 1995.
8. F. Magri, A simple model of the integrable Hamiltonian equation, J. Math. Physics, 19, 1156-1162.
9. T. Miwa, M. Jimbo, E. Date, Solitons—Differential Equations, Symmetries and Infinite Dimensional Algebras, Cambridge University Press, 2000.
10. Y. Nutku, Lagrangian approach to integrable systems yields new sympletic structures for KdV, in Integrable Hierarchies and Modern Physical Theories, H. Aratyn and A.S. Sorin (eds.), pp. 203-213.
11. L. Schlesinger: Über eine klasse von differentialsystem beliebiger ordnung mit festen Kritischen punkten, J. fur Math., 141(1912), 96-145.
12. M. Jimbo, T. Miwa: Physica, 2D (1981), 407-448.
13. M. Jimbo, T. Miwa: Physica, 4D (1981), 26-46.
14. M. Jimbo, T. Miwa, K. Ueno: Physica, 2D (1981), 306-352.
15. H. Flaschka, T. Miwa, K. Ueno: Comm, Math. Phys., 76 (1980), 65-116.

—本文訪問者爲中央研究院數學所研究人員—