

有朋自遠方來—— 專訪Uhlenbeck 教授



策 劃：劉太平

訪 問：李瑩英、劉太平、黃藍萱

時 間：民國94年12月24日

地 點：台大數學系

整 理：黃藍萱

女性數學家 Karen Uhlenbeck 教授, 1964年密西根大學學士, 1968年 Brandeis 大學博士。Uhlenbeck教授在大域分析 (global analysis)、規範理論 (gauge theory) 和可積系統有突破性、開創性的貢獻, 得過多項榮譽, 包括 U.S. National Medal of Science, 美國國家科學院院士。現任教 Texas(Austin) 大學。

李瑩英(以下簡稱「李」): 1994年時, 你在普林斯頓的高等研究院開始一個給女性數學家的指導計畫, 請你談一下當初的動機、環境和目前的情況。

Uhlenbeck: (以下簡稱「U」): 當我還是學生時, 男女平權並不是一個議題。沒有人對這樣的問題感興趣, 不久之後 AWM (Association for Women in Mathematics) 成立, 接連開始討論許多關於女性的議題。那時有不少計畫, 一些政策上的決定對數學不利, 不過如果你想成爲數學家, 只需要專注於數學。在我的年代和楚蓮¹ 的年代, 每個人都相信情況正在好轉中, 所以我們並沒有採取任何行動。直到我找到第一份工作, 才發現女性數學家受到的歧視, 但是我們仍然相信情況會好轉, 那時已經可以聽到有人談著要去除法制條文上對於女數學家及其他少數團體的設限。

¹ 滕楚蓮: 台大數學系友, 目前任教於 UC Irvine 數學系。

可是到80、90初期,情況並不像我們當初想像的好轉,當時女性們確實處在不利的環境,楚蓮、Gin Taylor 和我體認到我們必須採取行動,於是我們便開始參與這個計劃。1991年在 Park City Mathematics Institute,我和一群數學家在國家科學基金會 (National Science Foundation) 的補助下開始著手這個普林斯頓高等研究院的計畫。然而,幾年之後我們注意到仍然沒有很多女數學家參與,我們開始積極鼓勵女性申請。這個計劃以前是10天,現在為期兩個星期。我們提供給大學部學生或開始作研究的女數學家許多不同的機會。我認為這是一個很好的計畫。

李:你認為現在情況好轉了嗎?

U:是的,現在情況改變了,但是我仍然看見那些女數學家使勁的奮鬥,為了能融入數學系而在細微的地方奮鬥。我不認為現在還存有任何的歧視,但是困難仍然存在。要兼顧家庭和專業的領域,原本就很困難,這對於男性或是女性都是難事,但是對於女性尤其艱難,女性古典音樂家也同樣的辛苦,數學生涯並不是一個特例。

孩子的養育很重要又所費不貲。當我年輕時,教育孩子沒有如此昂貴,因為在那時我們算是比較高薪的階級,如果夫婦倆都是助理教授,兩人的薪水僱用保姆和負擔醫療保險,綽綽有餘,但現在美國的環境,學術界的女性必須為金錢煩惱。

李: Park City 這個女性數學家的計畫,每年都有一些特別的主題,除了數學領域,有時也涵跨了其他科學的領域,有各種不同背景的學者,演講者,及學生參與這個計畫。

U:一開始這是和幾何相關的計畫,之後轉移到其他的計畫,每年有不同的主題,我們試著選擇跟普林斯頓數學系和高等研究院的研究相關的方向,在那些主題下,我們又可以邀請傑出的女數學家。

還有,我對念應用數學的學生比較偏心,這是因為應用數學領域很顯然地能提供更多的機會。很簡單地,在應用領域中的數學家有更多的工作機會。我和許多人認為,女數學家通常有更好的社交手腕,女性通常較具有溝通能力而且善於和他人互動,這些能力使得女性在應用數學有較好的表現,比較能夠和科學中非數學領域的人討論。這是女性在應用數學的優點。

劉太平(以下簡稱「劉」):就科學研究來說,應用數學也有更多的機會。

U:很奇怪的,我發現應用數學的學術圈並不像純數那麼擁擠。我開始學幾何的時候,只有我們幾個人,我當時非常興奮。但是我發現現在太過擁擠了,太多人研究幾何相關的問題。

劉:當你說當年學術圈並不擁擠,那時你是否感覺孤單,而現在你應該感覺更加興奮?

U:我不知道,現在的環境並不是那麼讓人興奮,我過去能知道所有的女數學家,現在有太多我不知道的人了。

劉:你是讓幾何變成如此令人興奮的領域的主要數學家之一。

U: 謝謝。我回頭看我的研究生涯, 當我開始研究不同的問題時, 那是很令人興奮。我開始研究 Lorentz 流型上的測地線, 然後是關於偏微分方程平滑性的估計 (hard estimate for regularity of PDE), 之後研究最小曲面問題和規範理論 (gauge theory)。我曾經試著研究保角場論 (conformal field theory) 中的數學理論, 那是數學物理中的一大難題。然後我做過可積系統 (integrable system), 現在我試著研究非線性波系統 (nonlinear wave systems), 這個領域更加的困難。

李: 是什麼使你改變研究方向?

U: 我試著到處看看哪些問題有意思, 我只做那些我感興趣的問題。在我剛開始學術生涯時, 我並沒有和其他女數學家合作, 現在我有一些合作者, 我和 Andrea Nahmod 及 Atanas Stefanov 合作非線性波的問題, 和楚蓮合作可積系統, 和其他人合作其他的問題。

劉: 也許『興趣』是個關鍵字。不同的人對不同的事感興趣, 什麼事讓你感興趣呢?

U: 我猜應該是那些數學中不同概念之間內在的關連, 我是指數學裡不同領域之間的關聯。最小曲面的問題, 我們可以從拓樸、從代數, 或是我花最多時間研究的硬分析 (hard analysis) 的觀點來處理。規範場理論尤其是這樣, 裡頭含有代數拓樸, 硬分析, 硬拓樸 (hard topology), 我覺得這領域非常有趣。我其實一真想了解可積系統。我花了兩年的時間才真正了解了代數和分析在這個問題上的關係, 我現在好像了解了這個問題, 但是我不確定在代數方面的障礙, 我能有多少進展。關於非線性波的問題, 我感覺處理這問題正確的工具還沒有發展出來, 我仍然在思索處理這問題的正確方向。希望大家能夠有好的主意來更深入了解這個問題。舉例來說, 了解非線性波是了解歧異性 (singularities) 很好的模型。我們還沒有正確的方式可以用來描述或是想像這些歧異性是什麼, 我覺得這是個非常寬闊, 有潛力的領域, 但我已經 63 歲了, 我不知道我能否有夠多的想法。

劉: 你正談到歧異性這個核心的議題。這是個非常重要的領域, 你研究過肥皂泡的現象 (bubble phenomenon)。

U: 事實上, 我記得當時我在思考這個問題時, 我和那些正在研究最小曲面問題的數學家交談, 解決了最小曲面後, 嘗試研究黎曼映射問題 (Riemann mapping problem), 這些都有不同的尺度的現象, 這在非線性波的問題中也出現, 還沒有完全解決。非線性波在不同的尺度之間如何交互作用, 非常複雜, 我們目前還沒有數學工具, 即使是數值分析也是相當困難。當我研究這個問題的時候想得很天真, 我想『當我學了一些電腦分析和具備了幾何的觀點, 再用上偏微分方程的硬分析, 應該可以給我一些東西。』但是我很快就發現電腦分析所需要的想法甚至比純數學更多, 如果你只是把一些東西輸入電腦, 它不一定會給你想要的結果。這對我而言是個革命, 在那之前我對於數值分析領域的人有錯誤的看法, 事實上, 他們必須有想法才行。

劉: 我以前的一個同事 Babuska 說過:『即使你有90%的計算結果都是正確的, 問題是: 如何弄清楚哪90%是正確的。』在臺灣, 數學系的大學生和研究生還不能充份地欣賞計算這個領域。

U: 如果你學計算, 特別是模型建構, 其中一個工作是如何選擇問題而能真的寫下方程式, 然後再做計算。如果你這樣做, 其實就算是跨領域的。事實上數學系喪失了大部份這樣的人才, 生物系非常地需要那些研究生物問題的數學家, 於是很多這樣的數學家便離開了數學系, 以純數的觀點來說他們是離開了數學系, 我認爲數學系應用人才的流失是很嚴重的問題, 因爲在生物和計算領域中, 機會和財力都是如此的龐大。

劉: 很多數學系試著保持純數的傳統。

U: 事實上那會引起更多的問題。過去數學系試著保持著純數的研究, 但是我不知道現在哪一個數學系還是持續著維持純數研究的傳統, 也許台灣比美國嚴重。我們事實上知道數學必須和應用保持接觸, 在某些意義上對學生而言是個很好的機會。

黃藍萱(以下簡稱「黃」): 每個星期在 Stanford 我們科學領域的女性們有固定的聚會, 一位女性生物學家之前也曾在 Stanford 數學系念過研究所, 她提到她很多念數學的朋友, 在拿到數學博士後, 走向不同的領域, 像 NASA, JPMorgan, 企業界等等, 也許在美國, 那些離開數學界的人, 仍有很多不同的工作機會。

U: 事實上他們並沒有離開數學界, 很多領域需要的是數學人才而不是數學研究的題材, 他們想要的是數學家擁有的思考模式, 他們根據經驗發現數學的思考模式其實非常有用。

你之前提的那些人不做純數學的研究, 但是純數學研究只是數學的一小部份。我們的工作不是只培育數學家, 雖然很多數學家是這樣想的, 事實上, 我最好的一些學生從事完全不同的工作, 有些從事教育, 我有兩個女學生和一個男學生, 這個男學生確定他想要教書, 他想要從事做一點研究而更多心力放在教書的工作, 我很鼓勵他。事實上, 我不鼓勵那些不喜歡教書的純數學生。如果他們不愛教書, 在大學裡身爲一個純數數學家是很無趣的事, 因爲他們的工作是和大學部學生、研究生、博士後研究互動。當然有的數學家只做研究而不教書, 但那是很奇怪的事。

我必須說, 當你年紀漸長時, 你必須更小心的管理你的時間, 特別是女性, 教學和研究可以花掉你所有的時間。

李: 我沒有足夠的時間。

U: 我知道你沒有足夠的時間, 但是你有足夠的體力, 我已經沒有足夠的體力去做所有我想要做的事情。你最好和很多其它系有良好的關係, 鼓勵你的學生去資訊系、生物系等修課。尤其是資訊系, 那裡提供了很多適合那些做數論和代數的純數學家的課程。

劉: 當你回想你早期的生涯, 你週遭有許多令人興奮的事和人, 請你談談那些。

U: 我記得非常清楚, 1979或1980年在普林斯頓高等研究院, 丘成桐籌劃了一個會議, 每次我回想起來, 我是裡頭年紀最大的, 那時38歲, 丘比我年輕五歲, Leon Simon 也是其中年紀最大的人之一, Jean Pierre Bourguignon 也是差不多我的年紀, 其他年輕的人, 像是 Peter Li, Robert Bryant 才剛拿到博士學位。我第一次花那麼多時間和其他的數學家討論, 的確是令人興奮的時刻。我從那時候開始和 Richard Schoen 合作, 這是我第一次參與數學界的學術圈, 之前我比較孤立。我一直認為丘成桐是我最欣賞的人之一, 我覺得他像是一個將軍在全世界中行軍, 多年來他一直是很好的將軍, 而且仍然帶領許多數學家前進。我將我在數學學術圈裡真正起步歸功於他, 他仍然給予很多學生這樣的起步。那時真是令人興奮的時刻。

劉: 在1979年以前, 你已經非常有成就了。

U: 是的, 但是我都是自己完成的。我和一些學生合作, 像是我在伊利諾大學 Urbana-Champaign 校區的博士後研究 Jonathan Sack, 我也和 Lesley Sibner 和 Robert Sibner 有些合作。

我跟你們說一個故事, 記得在1971或1972的暑假, 我在 Trieste 遇到 Lesley Sibner, 我當時是個聽眾, 她穿著紫色皮草粉紅套裝演講, 她講非線性 Hodge 定理, 用一個我當時正在思考的形式: 那是一個令人驚奇的時候。我總記得當我遇見她, 我很興奮, 她是個成熟世故的紐約人, 我覺得自己是個鄉下女孩, 而我們成了很好的朋友。

我結婚後搬到 Brandeis 大學, 在我得到博士學位之前, 曾經在紐約大學 (New York University) 當過一年的學生, Cathleen Morawetz 是我第二學期的複變老師, 我當時對她不特別的欣賞, 她看起來總是那麼疲倦但是她很努力的講課。很多年之後, 當我差不多是她當時那個年紀的時候, 我想起她, 也覺得如果她當年可以做, 我也可以做。那時, 她有青少年期的小孩, 有四個, 她在教書的同時還扶養四個小孩, 依然如此成功。我總覺得榜樣是非常重要的, 有各種不同類型的榜樣使你崇拜著是很重要的。Cathleen現在依然每天到 Courant Institute, 上次我去 Courant Institute 還曾和她討論。

劉: 在1979年以前, 你大部分的工作都是自己完成的, 你是如何發現那些問題的?

U: 我的論文是關於變分法 (calculus of variation), 所以我知道這方面的問題。我知道我必須證明存在性, 我知道得到存在性所有該做的事, 那些都是非常經典的問題, 當時有的理論並沒有辦法用來做那些經典的問題, 我的論文是關於大域分析 (global analysis), 而我們第一個用在三維拓撲上的是大域分析各個大理論中的非線性分析, 基本上, 是幾何中非線性問題的解法。問題是, 大域分析並不能解決任何其它的問題, 也不會引導出其它的問題, 這個理論需要大的技巧性工具, 對學生相當難, 那時幾何中的非線性熱流 (nonlinear heat flow), 沒有發表的學術文章可以學, 它是非常經典的理論卻不是很有意思, 非常標準的理

論，卻沒有在任何地方被寫下來，大家仍在引用1967年 Eells 和 Sampson 在流型上的分析那篇文章，我的論文指導教授 Palais 教我流型上基本的分析，但是從那裡沒辦法做其它的問題，所以那些論文研究大域分析的人紛紛做不同的事。那時候我知道該做什麼問題，我知道抽象的創建，我只是不知道如何解決，但是我有了一些起步。我研究測地線，最小曲面和 regularity 理論。

事實上，我最難的一篇文章是1977年的 Regularity for a Class of Non-linear Elliptic Systems。關於這篇文章我有一個故事，我著手這篇文章的過程非常的艱辛，我遇見 Jürgen Moser，我念他的文章。他對我非常好，他很友善而且很幫助我。我念了所謂的 Moser iteration，我從來沒有和其他人談過。在某個時候，70年代中期，我不記得為何我會在 Stanford，但是我記得我走進丘成桐辦公室，Schoen 當時也在那裡，他們問起這篇文章，我非常的驚訝，我以為沒有人會注意到這篇文章，從來沒有人問過我這件事，我驚訝有人知道這篇文章。這篇文章是後來能得到 p harmonic map 的 regularity 的一個動機。

劉：當你說你知道那些問題，這表示你面臨了這些問題，而把危機化為轉機。

U：是的。事實上我仍然記得 Guisti regularity theory。當我還是研究生時，我知道一些新引進的技巧，Palais 是一個非常好的論文指導教授，當我問他熱方程，他是那種會給我一小時的課，把接下來15年所有關於熱方程我必須知道的事情都教給我，現在我當然知道更多關於熱方程。他那時候也許對 Guisti 的文章感興趣，我念了他的幾篇文章，我發現念文章要花好幾個月的時間，而不是念過而已，你必須真的花時間好好想過。我沒有念過很多文章但是我從每篇念過的文章學到很多。但是現在我不像以前那麼知道該念哪篇文章，現在這不是那麼清楚了。

劉：大家都知道 Uhlenbeck 是多麼的傑出，但在正確的時刻進入一個領域也是很重要的。

U：這點非常重要。事實上關於研究哪個領域，我現在不知道該給年輕人什麼好的建議，我不是那麼確定。我用心想一些，也到處看看物理方面的幾何進展得如何，現在是非常的代數，是代數幾何。事實上這是為什麼我不再做我的論文方面的題目，因為物理中幾何是非常的代數。我念了一點相關的，但是我已經太老以至於不能學習，我非常清楚因為我了解在可積系統裡的問題，那裡有個在硬分析和我們所謂 loop group actions 的落差，只有當你可以做 scattering 理論時，才能以分析的角度適當地寫下這個問題。如果你不做 scattering 理論，你必須做非常代數的部份。

黃：那關於廣義相對論呢？

U：我告訴你一個我個人關於廣義相對論的故事。當我從 Brandeis 拿到博士學位之後，我的論文指導老師 Palais 送我到加州大學柏克萊分校去學廣義相對論。從 Abe Taub 我學了兩學期的狹義和廣義相對論，還有量子場論，跟 Rag Sacks 學了一個學期，Taub是個非常好

的人。我當時在柏克萊是個講師，但是即使你拿到博士學位，你還是應該坐在教室裡聽課。當時有很多數學家也在那堂課裡聽課，其中還有一個研究 compact groups 的年輕助理教授。因為有很多數學家在課堂上，事實上其他研究生會有一點挫折感。那正是越戰的時候，到處有遊行，課程取消了，所以其實談到的並不是很多，但那時非數學性的學生活動非常令人興奮。但不管如何，當我發現研究相對論，宇宙學你必須把 Navier-Stokes 方程式放在右手邊時，我就覺得那太難了，只有當你了解 Navier-Stokes 方程式和流體力學後，才有可能了解廣義相對論。

我在大學部當學生時，試過證明正質量定理 (Positive mass theorem)，我的論文指導老師告訴我，關於這個問題可能一個解決的方向是用積分的技巧，我記得不是很清楚，因為我並沒有任何進展。我寫了一篇關於 Lorentz 流型上的測地線的文章，我實際上學了不少關於 complete geodesics 和相關的事情。我其後的工作是在 MIT 和伊利諾大學 Champaign 分校，當時我花時間念 Penrose 和 Hawking 那時的文章，但是那時沒有人研究這個領域，我是當時唯一一個研究 Lorentz 幾何的人，當我開始作最小曲面的問題，那是一個更困難的領域。有趣的是，幾年之後，其他人回過頭去念他們這些文章，我遇到那些念過這些文章的人，但是我並沒有再重新研究這些。

劉：你只是跟著你的直覺然後做你想要做的問題。

U：就像我告訴你的，也許我改做非線性波方程並不是特別好的部份，當初的動機是好的，我之前知道的不夠多，我花了很長的時間在基本的事情，我仍然不知道該念哪一篇文章，有一些文章，不過它們都非常困難。在這個領域裡最聰明的人是 Terry Tao²，我對他並不很了解，他非常年輕而且做了很多不同的事，我們可以等著看他可以做出什麼，他是一個在澳洲出生的中國人，他作數論，調和分析 (harmonic analysis)，偏微分方程。如果讓我從我了解的領域裡挑一個人，我覺得你應該留意他，他是一個真的很聰明的年輕人，也許在代數幾何或其他學科也有很聰明的人，但是我是指就我所知的數學領域來說。

劉：每個世代都有聰明的人，這是很好的事情，對現在這些年輕人來說，還有很多可能性也是極好的。

U：你說的對，我正在想這個事。有點令人失望的是，沒有特別天才的女數學家。但是，例如丘成桐的學生劉秋菊³ (Mellisa Liu) 做了很多不同的事，廣義相對論，Yang-Mills，量子場論。她做的很好而且比 Terry Tao 年輕，也許她會感覺到更多的壓力，就因為她是個台灣女數學家。田剛的學生 Francis Kirwan 也做得很好，她在英國的系統下教書，這對她很好，她可以撫育小孩而不用擔心任何事。事實上，英國系統有一些好處因為你得到的工作是永久的。

² Terry Tao 為 2006 年費爾茲獎得主之一。

³ 劉秋菊為台大數學系系友。

李：我也聽說你對於研究的方向有非常強的直覺，這是從你的個性而來的嗎？

U：你必須花很多的時間想問題。我年輕的時候，很不容易入睡，所以用了大量的時間在床上想數學問題。建立直覺是很困難的，但你總要花時間想問題，而我不確定要如何教導他人建立直覺。

劉：也許你可以告訴我們你的童年時代。

U：我父母親是他們家族中第一代上大學的，他們在1932年上大學，那時正值大蕭條（Great depression）。我父母親非常保守，我父親是一位工程師，母親是藝術家而在高中教美術。他們在當時過得很艱苦，我父親從 MIT 大學畢業後到 Utah 開始他第一份工作。他們沒有提過太多，但是我知道父親進入 MIT 時得到獎助，母親在藝術學院念書，但是她體認到她不能把當藝術家做為正職，所以轉換到高中當老師。這大致上是他們對我的影響。跟我同年紀的人，他們的父母在大蕭條的時候都有過苦處，生活是很艱辛的。

1942年，當我父母親有足夠的錢有小孩時，我在 Ohio 的 Cleveland 出生。我父母親來自於紐澤西和紐約。1945年戰爭結束，我們搬回紐澤西然後我在那裡長大。我很幸運，雖然在家中受的數學教育不多，但父母給了我藝術、文學方面的影響，我現在六十好幾，回頭看，這些教育對我是分外珍貴的，如今我對於數學不再如以往一般興奮地參與其中，至少在我的生活中還有其它的事情去做。

—本文訪問者李瑩英任教於台大數學系，劉太平任職於中研院數學所，黃藍萱就讀史丹福大學研究所—