數學傳播 31卷4期, pp. 3-11

有朋自遠方來——專訪 James Glimm 教授

策 劃：劉太平
訪 問：劉太平、陳宜良、尤釋賢
時 間：民國96年8月2日
地 點：中研院數學所
整 理：陳逸昆

格林 (James Glimm) 教授 1934 年生於伊利諾的 Peoria, 哥倫比亞大學 (Columbia University) 1956 年學士, 1957 年碩士, 1959 年博士。歷任麻省理工學院 (MIT)、紐約大學 (New York University)、洛克菲勒大學 (Rockefeller University) 教授。現爲紐約州立大學石溪分校 (SUNY at Stony Brook) 應用數學及統計系系主任, 目前擔任美國數學學會 (American Mathematical Society) 會長。格林教授在 C^*-algebra, shock wave theory, quantum field theory, scientific computing 等數學科學的核心領域, 有開創性的重要貢獻。格林教授爲美國科學院院士, 得 Dannie Heineman Prize, Stelle Prize, National Medal of Science 等多項榮譽。

陳宜良 (以下簡稱「陳」): 我想知道你從童年到研究所學習數學的經驗。

Glimm (以下簡稱「G」): 這是個好問題! 我一向數學都學得不錯, 但是其實我直到研究所才專業地學數學。大學時我主修工程, 而事實上我是個中等生, 並不是個出色的學生。(笑)

劉太平 (以下簡稱「劉」): 眞的嗎?

G: 我想我大概專精於很多"其它"的事, 比如說玩樂!
(笑)

劉: 我聽說你做詩曾得過獎。

G: 沒有錯! 事實上我“其它”的興趣中包括寫詩。我參加一個文學性的兄弟會, 恐怕我是被視爲最不文藝的成員, 他們相當訝異竟是 Glimm 贏了文學獎。

陳: 詩的行道和數學很不一樣, 有時你必須以相當不同的方式跳過阻礙。你解決守恆量問題的手法相當不同於傳統的方法。

G: 詩和數學是有共通之處, 都需要極度的專注, 但也有很多不同。

劉: 你玩得開心, 然後你進研究所 $\cdots$

G: 然後我心無旁鶩地全然專注於科學上的工作。差別有如日夜。研究所時, 我深深地專注於科學。

劉: 你就決定要這樣?

G: 我覺得那相當令人投入。大學的數學並沒引起我那樣大的興趣。我並不是以數學家的角度去接觸數學, 而是以工程師的角度。

劉: 你怎麼能進好的研究所, 如果你說在大學時 $\cdots$ (笑)

G: 啊! 那有一點點靠運氣。因爲我在的哥倫比亞大學—有好的研究所, 但在入學上並沒那麼嚴苛。(笑)

G: 所以, 在這點上我是非常非常地幸運。要是我是在普林斯頓大學, 他們可能不會讓我入學, 而我可能就不會像現在這樣成爲數學家。

尤釋賢 (以下簡稱「尤」): 我想知道你是如何決定要投入哪一個領域?

G: 啊! 在我的一生中有多方面的運氣。哥倫比亞大學有些有活力的教授, 有位叫 Dick Kadison, 我和他聯絡上。他在做算子代數, 所以我早期做算子代數方面的工作。我對數學和其應用的關係很感興趣。算子代數關連到量子力學, 因此我就研究量子力學, 這是我追求應用的方式。然後, 我去了紐約大學, 和 Peter Lax 談。我請 Peter Lax 建議些好問題。他建議雙曲守恆律 (hypabolic conservation laws), 所以我就研究雙曲守恆律, 而有了所謂的 Glimm 方法 (Glimm schema) 的發現。人們常常問這方法到底是如何形成的, 事實上它分爲兩部份—數值演算法和估計, 估計必然是先要有的, 我基本的想法是有個冪級數。冪級數是以波的交互作用爲單位來展開。波會作用一次、又兩次、再三次、四次。假使波很小, 那麼二次交互作用將會小於一次, 然後四次交互作用會小於三次。所以級數預期會收斂, 就好比 Neumann 級數, 線性問題用 Neumann 級數來解決, 非線性問題我們將 Neumann 級數推廣。這肯定是個正確的圖像而且是證明的基礎, 而我現在需要一個估計來證明這個觀念上的圖像。我需要一個數值估計, 我極爲努力的去做。那些估計基本上都失敗, 整個夏天, 一個想法接著另一個, 都不成。我用的是收縮映射的概念。我由球的角度來思考估計: 交互作用後, 解應該要落在更小的球內, 而會待在某個球內, 所以有界。當然, 這是個非線性問

題, 你可以選擇你所謂的球的定義。所以可以用各式各樣的拓樸。主要是要定義一種距離, 能讓交互作用後使這個距離變小。但就找不到這樣的距離。我試了一個又一個, 所有的這些球, 所有這些球的定義, 沒一個能用。最後, 正在打算放棄時, 我終於才試了非線性泛函。那是個完全不同的定義, 而當有越來越多的交互作用, 非線性泛函果眞越來越小。因爲所有該有的因素你都可以置入泛函裡, 當交互作用發生時你知道如何計算它。而且這些估計收斂地很好, 是相當簡單的一組估計。當這些都完成了, 我需要個建構性的程序。我已有的估計是某個程序的估計, 但我沒有那個程序。所以我找到了估計, 但是沒有可以應用這些估計的程序。那個程序就是機率性的數值方法—它事實上相當簡單。在那個時間點, 一兩天就做出來了。因爲你取之於伴隨估計而來的所有想法。什麼是產生這些估計的載具? 這事實上很簡單, 那就是隨機選擇法 (random choice method)。

劉: 所以難的地方是在於估計和泛函, 結果你自然就找到了演算法。

G: 演算法本身是簡單的部份, 但簡單是由於難的部份已經被解決了。

劉: 到那個時候你已經有很多的洞見。

G: 是呀!

劉: 很多人在想到底 Glimm 是怎麼能想到這機率性的推論。到底答案是什麼?

G: 這個解答其實很簡單, 但是之所以簡單只因爲那是能乘載估計的載具, 而估計已經在那兒。次序並不是反過來的, 所以估計先出現, 估計總要是估計某些東西, 我不知道那能估計些什麼。所以我是在看一個逆問題, 我在看這估計能估計的到底是什麼。

陳: 讓我講個我的故事。在 1982 年我見過 Ron DiPerna。他告訴我他在做補償緊緻 (Compensted Compactness), 他問我有沒有看過 Glimm 在隨機選擇法上的文章。我說有, 我讀了你的文章, 也讀了太平的文章。我告訴他我讀了三遍。他說:「只讀了三遍! 那不夠! 」「你大概要讀十遍。」所以我回去再努力研讀。

劉: 這不一定是正確的忠告。

陳: 但我非常努力地研讀而且了解了, 我欣賞珍惜非線性交互作用和雙曲性的使用。

G: 我必須說其它人, 你、太平、和 Bressan, 取了這想法而且走得更遠。Peter Lax 和我有原始的想法, 我們做了相當複雜的估計。但在一個觀念的背後總是有些很簡單的東西。那是一個常微分方程, 遞減常微分方程。如果你想到那個常微分方程, 一切都會變得很簡單, 剩下的只要做很多技術上的估計來實現這些想法。另一個我非常努力去嘗試而沒有結果的問題, 就是唯一性, 適定的問題。這些後來才出現的想法, 闡明延伸, 絕對引進了我沒有的想法。

劉: Jim, 讓我們回到釋賢先前的問題。那個問題似乎隱含著下面的意思: 當你進入一個新領域, 你似乎全然無懼, 是吧?

G: 是的!

劉: 事實上 Peter Lax 和我講的故事跟你剛剛講的有小小的出入。Peter Lax 說你問他什麼是守恆律中最難的問題。(笑) 所以, 你是全然地無懼。那是一個你不熟悉的領域, 你看起來沒有心理上的障礙。「這是我一點都不了解的領域, 沒有問題!」

G: 事實上簡單的問題給我更多的困擾。(笑) 因爲有太多的選擇, 太多的方法。簡單的問題沒有高度的規範。難的問題有它自己的路, 如果你選錯了路, 你就會脫離了正軌。

尤: 你怎麼能那麼確定你選對了路?

G: 嗯, 事實上我那時並沒有選對。我花了一整個夏天在錯的路上。我就要放棄了, 但是我就再多試了那麼一點。那是好的情況, 在我快放棄時, 我知道自己在做的東西中有某些非常基本上的錯誤, 這給了我試其它方法的自由。其實難的是要有整體、全面的準備, 這樣我思緒才能進到正確框架裡, 才能了解所有的事情。在這些都已經在我腦袋裡時, 我知道要怎麼做。

尤: 那是說, 在你做出估計前, 你已經瞭解解應該是什麼, 以及解的完整的圖像, 以此來構築那些估計。

G: 我視其爲波交互作用的冪級數。我認爲波是最基本的元素, 所以解應該能以波交互作用來表示。我視其爲冪級數, 一列小的波的次方, 那應該要收斂, 因爲高次交互作用相較於基本交互作用應該有較小的影響。

劉: 波和交互作用。

G: 是的!

劉: 我能換個話題, 你如何進入量子場論 (quantum field theory) 的?

G: 嗯, 那是因爲我做 C^*代數 (C^*-algebra) 學位論文後, 想尋找它們到底在哪裡有用, 基本上, 這就導向量子場論。C^* 代數曾被用來研究量子場論。進入量子場論後, 我發現 C^* 代數是可以用的工具, 但大概不是最合適的工具, 其它方法確實比較好。所以我一開始順著一條路走, 發現雖然這是條可以走下去的路, 但有更好的路。所以我們轉換方法, 基本的方法, 就是用路徑積分, 這比算子代數更基礎, 問題的解更平易。當時算子代數派和路徑積分派之間有很多的爭議。事實上, 在這兩派之外有更多其它的手法。當年在泛函分析家中, 有五、六個人每個人都有自己的理論和要怎麼做。我從每一個人身上學到東西, 他們各執眞理的一部份。與其爭論, 我就只說:「是的。」我說我向你學了東西, 然後, 我去找另一個人和他學東西。我向五、六個人學, 他們之間每個人爭得你死我活, 但我和所有的人都學。把所有的想法融合在一起, 再加入些新的想法, 之前沒人想到要這樣做。

劉: 我知道了, 然後那些東西在你腦裡發酵。

G: 是的, 是的, Friedrichs 有非常深刻, 很好的想法。

劉: 他寫了一本書, 是吧?

G: 是的, 我讀了他的書, 那本書很好, 對我的工作有很大的影響。但書的本身基本上非常接近物理學家的想法, 它並不大膽嘗試, 也不原創。而那或許是個對的方向, 因爲比較會大膽嘗試的人, 爲了要大膽嘗試, 可能岔離了正道。

劉: 這工作, 人們總是敬仰並認爲非常地深刻。你能不能深入一些技術層面。

G: 這工作有趣的一點是和小波理論有關。好吧, 很多人早在小波 (wavelets) 理論被發明前就發明了它, 所以我並不想在這上面大作文章。舉例來說 Haar 在人們知道什麼是小波之前就發明了小波; 而 Jaffe 和我也是小波的前發明者。所以我們能同時分析 X 和 P 空間。當時人們能做其一, 不能兼顧。同時分析兩者, 使我們能做深得多的估計, 我們需要這些估計。然而正式的物理法則, 冪級數展開, 向 Friedrichs 學到的想法, 這些大概都已經出現在 Feyman 和其他人的想法中。但我們是向 Friedrichs 學的, 所以他對我們有很大的影響。我們可以作冪級數展開, 而冪級數以和守恆律中一樣的方式, 可以做爲首項。有一些無限大必須消去。我們看較簡單的低維度問題, 這樣只有少數的無限大的項。只要消去這些少數的無限大, 剩下的都有限。所以, 在 Friedrichs 的公式中你可以看出如何做低維度的消去。這想法相當有趣, 有時你的答案會落在不同的希爾柏特空間 (Hilbert space)。你從一個空間出發, 答案落在差了無限大的量的另一個空間。但是消去少數無限大後, 你可以寫下該在的空間, 或經由適當的表法使剩下的有限且不改變空間。所以我們能做所有這些事: 一旦你了解了, 就只是照著某個固定模式去做。除了需要處理極大量的技術性問題, 基本上是相當制式的工作。所以論文有時五十頁, 有時一百五十頁。Arthur Jaffe 的學生有一種度量, 那是以計算紙作單位, 在那個年代計算紙是相當大張的, 大概兩英尺乘三英尺, 看看到底需要多少頁這樣大張的紙, 才能證明某個估計。只要有個統一的想法可以一貫到底, <u>一個簡單的想法做爲綱領</u>。我想很多現代數學的發展關鍵也是如此。舉例而言, Poincare 猜想, 我沒有探究細節, 但是我相信 Perelman 在腦中先有些簡單的想法, 他能靠一串需要拼湊在一起的非常複雜的估計, 將這個想法實現。

劉: 我知道你興趣很廣。當你和化學家談, 你有話說。當你和主修商業的人談, 你又有別的話說。你興趣非常廣, 我們剛提過你贏了詩的文學獎。然而在另一方面, 當你心在某件事上, 你有很深的專注力。

G: 是的! <u>爲了做些深刻的工作, 必須專注。但是爲了了解概念, 廣泛的涉獵是必要的</u>。所以你必須能夠有時候深, 有時候廣。

劉: 你有辦法這樣做呀!

(笑)

G: 那是做數學的樂趣之一, 數學容許其發生。

劉: 你一定有苦思不得的時候, 沒有嗎?

G: 當然有啦! (笑) 當然有! 有很多我試過也沒做出來的。但偶而贏過別人, 也是爽快的。

尤: 你能不能給我們一些, 連偉大的 Glimm 都感到做不出來的問題? 讓我們好過些。(笑)

G: 嗯, 分析上還沒解決的大問題之一是 Navier-Stokes 方程。我相信那要依靠由重整群 (renormalization group) 來的想法。重整群在物理上被提出來的時候, 分幾個階段, 但最深刻的部份是積分掉一些自由度。先在較小尺度能解, 這導出在大尺度的簡化方程。在所有都是均相的情況—那是你在渦流初期所預期看到的, 所有尺度都完全相同。以歸納法, 假如你能做其中之一, 你就所有都能做。這是個很簡單的想法, Kolmogorov 就用這來導出 5/3 定律。他的分析基於固定點分析, 重整群的固定點分析。事實上有更進一步的想法和 ε-展開有關。可用在得到固定點方程之後解方程上。我認爲那部分不見得可用在 Navier-Stokes 方程的數學的存在性和平滑性的證明。Orzag曾嘗試過, 但我不確定那部份會是重要。可是重整群和它早期的意義, 必定是尺度的不變量分析, 我認爲那將構成 Navier-Stokes 方程的存在平滑性的最終證明的重要部份。

陳: 你爲什麼跳入計算科學的領域?

G: 這是個好問題, 我一直或多或少對計算有興趣。每次我看它, 和計算的人談, 他們總是說極可能眞的解決所有的問題。我注意到這個情形持續了好幾年, 下一年他們總還有些其它的事做。我想他們聲稱能解決了所有的問題, 可能言過其實。或許還有些東西有待解決。因此我有興趣介入, 但是學習曲線大, 這到底是個問題。要找個較友善的方式介入, 而且快點介入。我那時注意到有人用隨機選擇法 (random choice method, Glimm 模式), 得到方程的數值解, 然而我只考慮把這個方法用在理論上。我既然懂隨機選擇法, 所以就決定以它介入守恆律。對一維這是個很好的方法, 但對三維, 所有的努力都沒有成功。我想, 做三維數值黎曼問題的人造了些人爲的問題。我不是想對別人的計劃提出負面評價, 但我不覺得我必須關心這些事。然而從高維度的波交互作用的角度來看, 我的確喜歡這些問題, 可以把它看爲和馬赫波 (Mach-stem) 的形成和震波的反射等等有關。我們從隨機選擇法做個較簡單的一維版本。是個較低次的方法, 而能得到較高的精確度。在疏的網格, 這方法某方面而言是好的, 你得到有好性質的好解答。然後試著在二維上做, 簡直是個災難! 我們想過界面追跡法 (front tracking) 做爲高維度的推廣, 那是我們遵循的方法。這和波交互做用很有關。我們用黎曼問題, 但是要做高維度的黎曼問題, 你必須解決震波極化 (shock polar) 的事情, 而那非常複雜。所以, 你只得問:「嗯! 這値得嗎? 」我們看到有限差分法, 用在震波上表現得相當不錯。所以不値得, 我們也就不再追跡震波。但我們仍然追跡接觸波 (track contacts), 問題是到底値不値得追跡接觸波。事實上, 接觸波對有限差分法是個大災難, 是個主要未解的問題。所以, 人們在接觸波上花了很大的工夫, 但問題依然沒有解決。比較於其它方法, 界面追跡法相當有前途。人們有其它方法用來計算接觸波, 但是界面追跡法相當有前途。

劉: 你目前有那些數學之外的興趣?

G: 數學之外的興趣? 聽歌劇是我的興趣之一, 另外我最近比較熱衷的是學義大利文。這兩者是相關的, 因爲很多歌劇是用優美的義大利文唱的。所以, 我想我要是能在義大利文上有更多的知識, 我便更會享受歌劇。我是如何學義大利文的呢? 我讀義大利文書, 用義大利文在網上搜尋, 這樣學。我閱讀義大利文有中等程度。我沒有學怎麼“說”。就“聽”和“了解”而言, 我找到一個義大利文電視頻道, 可以有某種程度的了解。但說義大利話還不流利。

劉: 你現在是美國數學學會的會長。這當然是個工作, 佔去你作科學的時間。你一定對某些事感觸很深, 有某些事你想要去做, 不然你不會接這個工作。

G: 是的, 大概不可能沒有一些目標。然而, 有太多的目標就好比沒有。如果你那個方向都要去, 結果可能一個方向也去不成, 因爲都抵消了, 過程中總會有外力的介入, 可能合力爲零。所以, 我選定兩個目標, 學術上的目標和比較行政上的目標。我們先談行政上的目標, 這和教學有關。以美國數學學會會長的身份, 我必須考慮到資源問題。談到資源, 人們一般想到的是國家科學基金 (National Science Foundation) 或聯邦政府支持研究的基金。事實上, 純數學最大的支持來自於大學師資的預算。相對國家科學基金投入的每一塊錢, 大學預算是它的五到十倍。以此而言教學預算比研究預算大一個量級, 教學更深遠重要得多。國家科學基金還是重要, 非常重要, 但是扮演第二要角。事實上, *如果你第一個工作—教學—做得好, 你第二個工作—研究—大概會做得更好, 我不覺得會有衝突*。我想看到教學進步。現在, 在我的學校, 紐約大學石溪分校 (Stony Brook), 我們達成了這個目標。我認爲這是獨一無二的。據我所知, 教學在以研究爲主的系所中是以如下的方式做的: 我們沒有衡量學習品質的量尺, 我們研究滿意度。就學生滿意度而言, 我們的數學達到大學平均。我不認爲有很多的研究性大學能達到我們這個水準, 大概有很多的教學性大學能達到。所以, 看來是可以達到有品質的教學而不必折衷研究。我相信我們在數學和應用數學上研究做得很好, 那的確是需要些額外的財力, 大概是額外的 5%∼10%。無疑地大學可以補貼這些錢。大部份我用的方法也許不能推廣, 但是有些的確可以推廣。我們在找尋一般能用的方法來改進美國數學家的教學能力。那個銀質子彈在哪兒? 當羅徹斯特大學 (Rochester University) 的數學系曾面臨關門的危機時, 如他們說的, 絞刑的威脅讓人思緒專注。他們發展了家庭作業電腦評分系統, 很顯然地那方法對學習成就造成驚人的改變。所以, 我們要向他們學習。我們有大約八個分布於不同科系的人, 我們看看他們能蹦出什麼樣的想法, 我希望能蹦出最好的想法。其他組織在推他們的想法, 我們或許會幫助推廣。在推行一些想法上, 我們會和別人合作, 而不是排斥。我想像把所有找得到的想法標在平面上, 一個軸標示想法實施的難易度, 另一軸標示想法的成效。所以, 我們的目標在左上角, 我們將塡滿左上角。那就是可行、簡單、又有效的方法, 我們將推動這些想法做爲教學問題的解答。

劉: 喔! 這是門實驗科學。

G: 是的, 這是行政上的目標。學術上的目標和我個人研究方向相當不同, 我本身的研究其想法源於工程、物理科學、和數學。我發現很多的研究與以物理爲基礎的模型無關, 他們基本上直接由數據出發。舉個例子, 當你做影像分析、人臉識別、指紋識別、統計分析數據時, 通常不經由中介的微分方程, 你直接看著數據本身和數據中的模式。這就是我所謂的數據導向科學。現在很多的科學考慮到數據分析, 即使有一些微分方程, 數據導向科學並不著重在這些方程上。在這個手法下, 只注意數據, 讓數據爲自己說話。而且, 在很多的情況下, 數學果眞提供了要怎麼做的指導原則。我覺得發展數據導向科學是件好事, 很可能成爲二十一世紀的科學。並不是說以物理, 微分方程爲基礎的科學會消失。但是在電腦時代, 模式識別 (patterm recognition) 是被低估了, 下個世紀那將變得很重要。我想要探索那個方向, 至少以知識的眼光看看它會走出什麼樣的天地。

陳: 這是不是和統計科學比較有關?

G: 這必然有很大的統計成份在, 但也有其它的成份。它本身不是統計 , 但和其它的聯結在一起。我和耶魯大學幾個人談, 他們在發展這樣的想法。他們對由幾何導出的統計方程有興趣。有一組數據, 這一組數據形成一個幾何流型, 但是是一個統計上的流型, 所以你必須找出埋在統計數據裡的流型。有一些幾何, 有一些統計。那如何在統計上的流型定義曲率? 我認爲很多的數據導向科學上的問題是由組合的恆等式定義。再重申一遍, 那是找尋統計上的模式, 數據的模式。人們使用守恆律在影像分析上, 舉例而言, 用黏性方法試圖達到收斂到淹沒在數據裡的模式。所以我認爲有空間讓很多不同的想法去發揮。當然統計有很大的份量, 但我們不該先入爲主將想法拘泥在這上面。我們應該從一個廣闊的地平, 來看到底是那些領域的數學能用在模式識別問題上。

劉: 那不是個特定的主題, 那是思考的模式, 才剛開始。

G: 是的。

陳: 你修了哪些工程課程?

G: 我從來就沒有以工程師的身份畢業, 但是我曾經是電機工程的學生。那是個五年的學程, 但四年後我發現我的心不在那裡。那時我非常的困惑, 我徬徨於物理、數學、和工程之間。當時不知道爲何困惑, 但現在我知道了。因爲我三個都想做, 我看到不同的東西, 但我只有做其中之一的精力而想三個都做。所以我做不到, 當然我做不到, 我非得做出抉擇。結果最後我以時間平均而不是空間平均達成了, 在不同時間做物理、數學和工程。

劉: 時間平均。你做計算, 做預測, 現在你談脈絡識別, 你和越來越多的人接觸, 是吧?

G: 是的。

尤: 如果你能從頭來過再做大學生, 你會做什麼?

G: 這是個好問題。當系主任, 我每年都可以重頭來過。每年有些人離開, 我們聘請新的人, 所以我們每年重新來過。每年重新清理我的思緒。我們發展怎樣的方向? 我們發展數學生物, 我們大概會發展金融數學。我想這算是回答了你的問題, 我的確*每年重新開始*。

尤: 當你思路受阻時, 你如何突破?

G: 嗯, 我想多年來生物數學成長許多, 現在很健康。但我在多年前開始看這個領域時, 數學家的態度是:「我不太確定什麼是生物, 但至少我們知道我們在做數學。」那眞是個災難。*要做生物, 你非得眞的懂生物, 運氣好的話, 有些數學在裡頭*。所以, 我們非常深入了解生物。我們做的大多是分子生物, 有原子層級的模型, 解牛頓方程, 有模式識別試著找出和其它分子作用的分子, 微分方程試著描繪在基因調節下基因和基因的交互作用。這些不是我做的研究, 這是我的同仁做的。有很多事在進行。如果我們要聘人, 我們要聘能力強的人, 快樂的人, 可以和其它能力強且快樂的人共事的人。能這樣走下去, 我們或許會更好。我想這是我們能追尋的機會。

劉: 多美好的願景, 非常感謝你!

—本文訪問者劉太平任職於中央研究院數學所, 陳宜良任教於台灣大學數學系, 尤釋賢任教於新加坡大學, 整理者陳逸昆爲馬利蘭博士生—