

有朋自遠方來——專訪

Caffarelli 教授



策劃：劉太平

訪問：劉太平、林長壽、郭忠勝、林琦焜

時間：民國 97 年 5 月 2 日

地點：台灣大學數學系

整理：焦源鳴、林思華

Luis A. Caffarelli 教授 1948 年出生阿根廷 Buenos Aires, 於 1968、1972 年於 Buenos Aires 大學得碩士、博士; 1973-1983 年在 Minnesota 大學任博士後至教授, 歷任知名研究所: Courant Institute, New York University (1980-1982, 1994-1997); University of Chicago (1983-1986); Institute of Advanced Study; Princeton (1986-1996); 現任 University of Texas at Austin 講座教授。是美國科學院院士, 及多國海外院士, 得過多項國際大獎。Caffarelli 教授在偏微分方程 (PDE) 領域功力深厚, 在自由邊界等核心領域有開創性, 重要的結果, 是公認橢圓型 PDE 的泰斗。Caffarelli 教授為人謙和, 沉醉於數學研究。

劉太平 (以下簡稱「劉」): 我們的訪談通常都先問一個標準的問題: 你小時候在阿根廷, 如何開始喜歡數學的?

Caffarelli ((以下簡稱「C」)): 其實, 我一直都很喜歡各種科學。高中時, 有位很能啓發學生興趣的老師, 班上 30 位學生中, 有 8 位畢業後就讀跟數學相關的科系, 後來只有 2~3 位留在數學界發展。當時我尚未決定求學的方向, 我同時對工程、物理、數學感興趣。所以, 在高中最後一年, 我旁聽了一些工程跟數學的課程, 比較之下我還是喜歡數學。工程就不再去想了, 只需選擇數學或物理, 這兩門科目我都喜歡。但 1966 年, 在我要進大學前, 軍政府接管

了學校，並且強行干涉學校的內政。許多物理學家跟數學家都出走了；物理學界花了好一陣子才恢復元氣。當時我同時進修數學跟物理約有 2 年，但最後選擇了數學。

劉：傳統上阿根廷的物理學很強，對吧？

C：沒錯。阿根廷的物理學很強。

劉：那數學呢？

C：哦，數學也是，不過現在阿根廷培養出來的物理學家跟數學家已散佈到全球。我唸書時，學校有些優秀的教授，如 Luis Santalo，一位西班牙數學家，西班牙內戰時在共和軍，最後必得離開西班牙時，他來到阿根廷。在芝加哥的 Calderon，他有許多優秀的學生回到阿根廷，他們有很扎實的訓練，我因此也受到很好的訓練。

劉：20 世紀初期，有那些出色的阿根廷數學家？

C：沒有。阿根廷和一般的拉丁美洲的數學界，由於二次世界大戰跟西班牙內戰而蓬勃成長，因為當時有許多科學家因戰爭逃往拉丁美洲，如 Andre Weil 去了巴西，Beppo Levi 則去了阿根廷。政府自 40 年代開始便大力支持科學研究，一直到 50、60 年代都是如此。

劉：華人社會一向看重學識的追求，阿根廷也是一樣嗎？

C：是啊，不過現在的人心裡有些掙扎了：學識和財富，孰重？（眾人笑）

林長壽（以下簡稱「林」）：你可否講一些你的大學生活？你從教授那邊得到那些數學方面的啓發？

C：我們沒有所謂的大學部。在阿根廷，一旦進入高等教育系統就讀，你便是「Licenciatura」，類似碩士生，這個體制是阿根廷的一個嚴重問題，沒有過渡階段。如果學生能完成學業，便能領到文憑；如果學習中遇到挫折，無法堅持下去，只能兩手空空離校。我覺得這會是個問題，但不幸的，我們的制度就是這樣。對於我來說，大學獨特的氛圍，空闊的校園，我們一整天都待在學校，有許多開放空間供學生使用。我們生活在那兒，分享彼此的問題跟想法。我想我們不僅僅只是一個團體，我們每個人都是一個共同體的一部分。

林：在那段期間，教授跟學生之間的關係特別親近？

C：主要是學生之間的互動，教授們很好，會回答你的問題。但主要是助教跟學生，尤其是學生之間，彼此切磋。學校離家不近，我們大部份的學生，需要搭一個小時的公車才能到校。所以到校後，就會在學校待上一整天而且把功課做好，氣氛好極了。我想，世界上不管在那裡都一樣，要緊的是你周遭的氣氛，例如一所好的高中，有好的師資，但主要的還是那些學生讓整個氣氛和樂，因為他們彼此有良性競爭。

林：你後來曾回母校去嗎？

C：有的。我每年都會回阿根廷，有時 1 年 2 次。

林：情況還是一樣嗎？

C：是有些改變。60 年代阿根廷就如同當時世界許多地方，是讓人振奮的時代。

林琦焜 (以下簡稱「琦」): 政治方面嗎?

C: 嗯, 啊, 沒有束縛的 60 年代。年輕人感覺未來有無限可能, 沒有限制, 美國跟法國都是這樣。

琦: 你是說受學生運動的影響? 這好像是從法國開始的。

C: 可能是因為經過戰後休養生息。那個時候在阿根廷任何人都可以找到自己的一片天。你可以唸書或找到一份好工作, 安身立命, 所以年輕人充滿信心。

劉: 我知道 60 年代同樣是墨西哥的好時光, 對吧?

C: 沒錯。

劉: 那是個充滿希望樂觀的年代。

C: 樂觀讓人對未來有信心, 就像對科學有信心。

劉: 接著你去了美國。

C: 我去了美國, 是的。我拿到阿根廷一年的獎學金到美國去, 從此就待在美國了 (衆人笑)。

劉: 你在美國待了那麼長的時間, 可不可以跟我們談談你學習過程中某些曲折的經過?

C: 所有待過的地方, 我都很樂在其中。去明尼蘇達之前, 剛在阿根廷完成特殊多項式理論的論文, 對於 PDE (partial differential equations, 偏微分方程) 的理論一點概念都沒有, 在明尼蘇達時才發現 PDE, 因此我學到很多。每個階段各有不同, 我很喜歡我在芝加哥時做的東西, 那期間我主要是得到想法。在 Courant 期間則有許多活動, 和 Nirenberg, Varadhan 等互動, 每個地方都有它的價值, 有它獨特的價值。

琦: 你什麼時候遇到 Nirenberg?

C: 我跟他有過幾次簡短的碰面, 然後忽然有一天他打電話給我, 當時我正訪問義大利, “你願意加入 Courant 嗎?”, 我第一次到 Courant 時, 才真正跟他有比較深入的接觸, 開始合作, 那是 1980 到 82 年間。

琦: 那時你們完成了 Partial regularity 的文章?

C: 就是那時候。我跟 Nirenberg 和 Joel Spruck 在那段時間寫了好些論文, 利用 continuity method 探討完全非線性方程, 如 Monge-Ampère 方程。

劉: 既然你提到 Nirenberg, 可否談一下你曾經相處過的人? 特別是 De Giorgi? 他是怎麼樣的人?

C: De Giorgi? 他了不起。我記得他是義大利國際特赦組織的主席。除了是位偉大的數學家, De Giorgi 也十分關心人權, 他與眾不同, 令人喜歡, 非常專注, 義大利的數學家都敬愛他。

劉: 你能否說一說 De Giorgi 是“怎樣的”偉大的數學家, 他的工作態度, 他的.....?

C: 我跟 De Giorgi 私交不深, 我並不常去比薩, 每次見他一個星期, 大約 3~4 次。數學方面我記得曾告訴過你, 他在 26-27 歲時, 解決了 Hilbert problem。當他 30 出頭時, 建立了 generalized theory of minimal surfaces, 然後在 1957-1958 年間做了 homogenization。其實有件事, 我一直感到不平, 當你讀到“A beautiful mind” (中譯: 美麗境界), 大

家因為有 De Giorgi 的工作以至於 Fields 獎沒頒給納許而感到遺憾，但在孤立環境中先做出這個工作的 De Giorgi，卻沒人為他沒得到 Fields 獎抱憾（眾人輕笑）。

劉：我想他們兩人都不需要多這個榮譽。

C：是的，是的，畢竟不需要。De Giorgi 非常可親，非常和善。如果有人跟他提起這件事，他總是說：“不用操心這個了。”

郭忠勝（以下簡稱「郭」）：你最喜歡那個領域？

C：嗯，每個領域都美。當發覺掌握到問題的關鍵時，我特別高興。這是研究數學美妙的地方。每個階段的感覺不一樣，舉例來說，當我在撰寫第一篇論文時，感覺我的技巧愈好，我就知道、發現得愈多。現在，隨著年紀與見識的增加，看問題格局更大也更深入。數學家常有個理論，22 歲前是數學家的黃金時刻，所有的結果都該在 22 歲前完成，但我並不這樣認為，22 歲做出好的成果是很讓人意外的，因此眾人矚目。每個階段都是好的，每個階段對數學有不同的體會。

林：確實。我很喜歡 Caffarelli 教授的想法。我想，他是用自然的方式在研究數學的，掌握問題的核心，觀點自然。舉例來說，我回到台灣，在大學任教 3 年後，決定搬到台灣一個偏僻的地方——當時幾乎是隱居——專心研究數學。我選擇的第一個問題便是探討奇異性 (singularity problem)。

C：我知道，我還記得。

林：我的研究受到 Caffarelli 教授的論文許多啟發。那篇論文是關於如何將解分類，利用 Kelvin transform 將無窮遠點轉換到有限點，然後只需考慮一個有奇異點的方程。想法很簡單，也很自然，我想是做偏微分的人第一次處理奇異點的問題。對我而言，我深深為你及 Louis Nirenberg 等合作的 Monge-Ampère 方程的文章所吸引。我想這是你的 fully nonlinear 方程工作的起點。你從何時開始跟他合作的？你們之間激蕩出何種火花？

C：我們很緊密的合作。跟 Nirenberg 合作很難預料最後結果會如何浮現，我們由討論開始，想法就在一來一回之間蹦出來。我覺得 合作是一個很好的過程。有些時候，合作有點類似拼圖，各人知道不同的部份，雙方坐下來把自己知道的一部份拿出來，放在一起；有些合作則是由零開始，必須要雙方一起找出想法，Louis (Nirenberg) 便擅於此道，我們常湊在一起，談天、討論。

林：你在非線性、橢圓 PDE 的工作非常幾何，我想，在 PDE 數學家中，你的想法非常獨特。

C：那或許是因為 PDE 我是自修的，在明尼蘇達時，我聽了 Hans Lewy 的課又向他請教幾個問題，我當時並不懂 PDE，他問了我 2~3 個問題，都是沒有泛函分析為背景的，而是有關調和函數迴繞曲線之類的。並沒有論文談論到這些，所以我便去翻找老的論文，我必須自己發現些東西，這給了我一些優勢。

劉：如此說來，從行外開始會有好處。

C: 是的。有許多次是這樣, 許多次都是這樣。

劉 (笑): 今天, 當你在演講時, 你給我們一個強烈的印象——你好像身處在一個繁花似錦的園子, 沉浸其中, 樂在其中, 對吧?

C: 沒錯, 我喜愛談論數學, 是的! 我們這一輩子都在跟人們傳達討論我們的想法, 我喜歡這樣。

劉: 你懂得 PDE; 我這話說得輕淡! 你是否可以談談偏微分方程的一些方法、技巧或是想法, 或是和偏微分方程有關的活動、人物.....

C: 多年前, 我真的很想舉辦一個研討會, 邀請我最推崇的 3 位分析數學家: Calderon、Carleson 跟 De Giorgi 來談談他們的想法。不過現在說這些都太遲了, 因為 Calderon 及 De Giorgi 已經過世了。我喜歡借用 Gene Fabes 描述 E. M. Stein (我同樣佩服他的分析能力) 的說法: 「I think he can hear the music」來形容這三人, 我想這句話真實地描述了他們如何做數學。他們改變了研究領域的視野。當我還在阿根廷的時候, 我學 Carleson 傅氏級數逐點收斂的定理, 這是定理中的定理。

劉: Carleson 曾在 80 年代早期來到台灣, 我們談到 Komolgorov, 談到幾乎處處發散的 L^1 函數的例子。他也說了一些事情, 就像長壽剛才談到你 (Luis), 主要的就是 Komolgorov 的分析也是很幾何的。那是來自於 Carleson 大師的說法 (笑), 同樣的, Carleson 也不太願意談論他自己。你現在跟許多人合作, 是吧?

C: 是的。

劉: 究竟有多少人跟你合作過? 我知道有相當多人, 像我們前面所提到的 Louis Nirenberg

C: 我有許多合作夥伴。我跟 Louis, Avner Friedman, Joel Spruck, Yanyan Li 合作過許多次。

林: 你有華裔學生嗎?

C: 有, 2 位已經畢業了, 王立河跟 Peiyong Wang。還有 Lan Tang, 正在攻讀博士學位, 總共是 3 位。

劉: 近年來, 學術環境已大不相同。它在不停的變化, 跟 60 年代大不相同, 舉例來說, 特別是在亞洲, 很重視 SCI 的評鑑, 但在美國則還好, 對吧? 人們並不那麼重視 SCI。

C: 美國的科學界在某種程度上是可以的, 因為美國引進許多外國人才, 數學的博士生有一半以上是外國人, 對美國來說, 這是很多的。在阿根廷, 如果訓練出 30 個人, 其中有 10 位出頭了, 那麼就會有 5 位前往美國發展。一個美國小孩如果他選擇攻讀數學, 那麼他要怎樣才能在數學領域裡出頭呢? 他努力四年在很困難很需要技巧的領域獲得博士學位, 如果他真那麼好的話, 或許他會橫越美國到一個好的學術機構做博士後研究, 如果他工作得很努力, 那麼過個 2~3 年或許又要橫越美國在另一個機構成為助理教授, 再過個 3 或 4 年成為教授, 可以說他的薪水比別人晚了 10 年..... (笑)

劉: 但數學還是比生物要好, 讀生物的可能要做一輩子的博士後。而且生物也更難拿到終身聘的職位。

C: 工商管理的碩士可能在 2~3 年後就可以有教授那麼高的薪水 (笑), 而且拿到碩士學位的要求也比較低—不需要寫論文, 像 rational curves, Euler equations. 等等, 我能理解為什麼美國小孩就讀科學的意願這麼低。

劉: 是啊。

C: 我們在數學界有所成就而且也享受我們的研究生活, 但這畢竟只是少數。

郭: 現在台灣教育部正在進行評鑑台灣各大學的計畫, 數學界跟科學界的人也在討論, 該用什麼樣的標準來衡量各個系所? 比方說, SCI., 你的意見呢?

C: 我認為評鑑一個系所是非常複雜的, 不能僅用幾項指數 (index) 來決定。

郭: 當然。

C: 我們必須要衡量大學對社會有何益處? 系所的評鑑也要考量到這一點, 並不是光看有多少大師級的人物。

劉: 我們在教學上對社會的貢獻更大。

C: 嗯, 這是很複雜的事情, 有人在美國以學位的價值對系所進行評量, Texas A&M 排名第二 (輕笑)。當你瞭解評鑑詳情後, 你會發覺這是很合理的, Texas A&M 學費低廉, 訓練出很好的學生, 從事各行各業。所以這是評鑑一所學校需要考量的另一個角度。

劉: Texas A&M 大部份的學生是當地人。

C: 對當地學生而言, 這大學不昂貴, 卻能真正提昇他們的教育水準。他們認為比那些只有極優秀的學生才能進入的頂尖的私立學校還要有價值, 這些極優秀學生不論上那個大學, 反正都會成功。相對於他們所付出的學費, 我認為科學教育是便宜且高效率的。另一方面, 在印象中, 美國的 NSF (National Science Foundation) 到目前為止, 對於納稅人的錢都能作到有效的利用, 拿到 NSF 補助的科學家都很自豪, 不會去浪費它。

林: 你在我心中是少有的偉大分析學家。我想談一下 Navier-Stokes 方程式, 這是當今最重要的 PDE, Navier-Stokes 方程式的研究似乎仍以橢圓 PDE 方法為主, 你能就 Navier-Stokes 方程式跟我們談一下嗎?

C: 好吧—— (眾笑) 讓我先這麼說, Navier-Stokes 方程式是一個很簡單的模型, 在某一個範圍內的參數, 可以描述些複雜的現象。但我不知道瞭解 Navier-Stokes 方程的解是否有界, 是否平滑等等, 有何實質的價值。數學上來說, 這是很有挑戰性的。但它在科學上真正的價值並不那麼大。畢竟石油在高速運轉下會完全燃燒, 顯然地, Navier-Stokes 模型並不適用。數學界有時會談論這類, 比 Navier-Stokes 一般的問題。我個人認為數學界太強調那些百年來一直沒有解決的老問題, 是個很壞的習慣。我認為數學是遠比這樣有活力的。在機率、物理、材料科學、生物等等都很美妙, 更為有趣。這遠比將錢用在懸賞那些老問題的解

答上要好多了。何不讓我們試著把美金 20 萬用在鼓勵年輕人解答讓人感奮的問題上？我還記得，當 Fermat 問題被解決後，新聞報導給人的印象是數學家們一代接一代地致力於解決 $a^n + b^n = c^n$ 。(衆笑) 當然囉，如果有人能解決 Navier-Stokes 方程式，我們都會欣賞其美妙的分析。

劉：那麼接著你的話，我想問，此刻你認為什麼是值得去做的事？什麼是數學家可以做的，有那些具體方向？

C：像 wrought equation 及 different media (不同的界值) 和 interaction between scales (不同尺度之間的相互作用) 這些都是我想瞭解的。科學已經變得非常數學化，我記得 20 年前，當電腦真正開始展現它的強大的功能時，許多科學家跟工程師都不約而同宣稱：數學已到了終點。(笑)，那裡還需要數學呢？對吧，只要將數字一串串丟到電腦裡，電腦會不停地幫我們計算出結果。但是後來人們發現，若你的模型不夠好，或者你對方程本身不夠瞭解，那麼你所能做的就很有有限。他們才察覺到數學並不只是消化數字這麼簡單。你看，現在是數學的黃金年代，有許多數學問題等著我們去解決。可是數學系對新的潮流反應不過來。現在的人們會希望找到量化的方式來描述如人口動力學、細胞生長諸如此類的問題，在科學的各個層面，有許多待解決的數學問題。所以我認為 做數學是好的，我們再從頭出發，對年輕人來說，這很好。他們可以不必去學過去 40 年累積的一切才能下手做問題。

劉：嗯。

C：唯一的麻煩是在這樣新的領域從事研究，有時很難得到他人的讚賞。

劉：讓我們希望數學昌盛，而數學系也能興盛。

C：我衷心希望。

劉：但這不會自動就發生，需要花心思的。

林：我認為目前科學界並不那麼看重數學。

C：沒錯。

林：我們研究數學常常要證明一些東西。你覺得這種數學研究方式有可能因科技的發展而改變嗎？

C：哦，我想這事我們並不知道的！就現在，我們該怎樣訓練學生？我們不是沒有好的研究機會在那裏，但困難在於，如果我們訓練學生處理跨領域的問題，要他去那裏學新的數學，但是我不太願意這樣做，因為如果他學我這行，教他我所知道的，教他如何思考，他畢業後將很容易有份好工作。但是如果我把他放到未知的領域，這不太公平，因為即使他做出了一番成績，但他的研究生涯的開始會非常困難，因為沒有可以支撐他的學術團體。這是個問題：我們如何去搭學術團體間的橋？

劉：我們現在大都認為好的數學家等同於好的分析及大的定理。

C：沒錯。

劉:但這並不應該是唯一的標準。

C:對!對!你可以說我們把這叫數學,而認為其他的是“新的”,但是我們應該試著培育這類“新的”研究生,這是數學界的問題而我們需要努力去做。

劉:我們需要寬闊的心胸來思考及探討這個問題。不過你樹立了一個好典範,你以一個門外漢進入 PDE 的領域,然後似乎一直維持這樣的心態。

C(笑):但是現在我站在一個自在無憂的位置。

劉:是的。

C:當你年輕時,你是被用一定的標準來衡量,要冒許多風險。

劉:你先前那樣子提到 Navier–Stokes 方程式,你又說我們需要從頭做起,走出新方向,你能這麼說真好。

C:對於我而言這樣說是很安全的,那是因為你我現在都處於可以去發現新事物的地位,但我們的責任有點類似 60 年代那個時候,要給年輕人多點自由。

劉:對,對。

C:向科學挑戰的自由。

劉:嗯。

琦:你能談一下你開始研究新領域的經驗嗎?

C:哦,我不是重新開始一個新領域,只是不斷地變換。不斷地從先前的領域慢慢地推進,在我們這個年紀,我們的工作檔案夾裡總有 2~3 件工作在進行,有的用上好的方法,就繼續做下去,同時我們也冒點險嘗試做點不同的工作。

劉:但你遊動的,不在原地停留。

C:是啊,我一直在演化。

劉:但琦焜剛剛好像想問你是如何改變的?(笑)

C(笑):這就是合作的好處。有些人做不一樣的東西,但跟你的工作又有共同的地方,你跟這些人合作,便能自然地進入他們的領域。

郭:我十分同意。

C:沒錯。

郭:共同合作的確是件很好的事。

C:藉著與人們交談,可以一道想些其他有關的事。

琦:進入一個領域你是以解決問題開始,還是從學習開始?

C:我認為是兩者互參。你不用去開始一個新的領域,你跟人們討論,在談論中發現問題,並在解決問題的過程中學習。

劉:說真的,你給的這一系列的演講是很吃重的。我不能替別人說,但我在台大聽了四堂演講,第五堂在中研院,它們不是一般五堂演講而是一個數學裡很核心的主題的短期密集課程。你

前面提到數學教育，現在的數學研究正朝著一個新方向前進。這些我感受到，希望學生們也能感受到。你思想自由，你那麼無拘束的想著，我無法形容。是啊，你走到黑板前，拿著粉筆畫那些曲線，非常獨特，吸引著大家的興趣。

C: 他們還繼續來聽! (笑)

劉 (笑): 通常聽眾會越來越少。

C: 數目衰減。

劉: 以指數衰減。

C: 是，是。這很好，他們是非常好的聽眾。

劉: 你一定要很快再來台灣。

C: 是啊，我會常來的。

劉: 下次你來台灣時，我們不會要你做那麼多苦工。

C(笑): 但是我樂在其中，真的樂在其中，有人願意聽是好事，我們有點像演戲的人，是吧？。

劉: (笑)

C: 我們花了許多時間獨自苦思答案，而現在能有機會向其他人解釋。

劉: 哦，現在學生也陸續回來了，待會我要去問問他們有沒有從剛才的演講中學到什麼？

C: 只告訴我好消息。(眾人笑。)

劉: 或許我們今日的訪談便到此結束，這是第一回訪問。

C: 沒問題。

琦: 第二回訪問待續中。

林: 我想 Caffarelli 應該很累了，畢竟他剛結束一場演講，又被我們拉來回答這麼多問題。

劉: 我想感到疲憊的反倒是我們，而不是永不知疲倦的 Caffarelli。(笑) 謝謝你接受我們的訪問。

C: 謝謝。

—本文訪問者劉太平任職中央研究院數學所，林長壽為中央研究院院士，郭忠勝任教台灣師範大學數學系，林琦焜任教交通大學應用數學系，整理者焦源鳴、林思華為中央研究院數學所助理—