

有朋自遠方來——專訪陳恕行教授



策劃：劉太平

訪問：劉太平

時間：民國99年12月28日

地點：中央研究院數學研究所

整理：陳麗伍

陳恕行教授 1941 年 6 月 20 日出生於上海。先後畢業及任教於上海復旦大學，1962 年學士，1965 年研究生畢業，1978 年任講師，1980 年任副教授，1984 年任教授。陳教授曾獲中國國家自然科學二等獎以及受邀 ICM 演講等多項榮譽。多年來陳教授在多維激波理論的研究領銜國際偏微分方程界，並著有多本偏微分方程專書。他為人謙和，治學嚴謹為學界所敬重。

劉太平（以下簡稱「劉」）：謝謝你這次過來。我想先問你個問題：偏微分方程在中國是個很大的領域，做的人也非常多，微分方程的發展是怎麼開始的？

陳恕行（以下簡稱「陳」）：中國的偏微分方程學科發展的開始可能跟實際應用的背景有關係，原來做偏微分方程的人很少，最早可以說是從吳新謀¹先生從法國回來開始的，他可以說是第一代研究偏微分方程的人。那時候大概是 50 年代初，他回來以後在數學研究所組織了一個 seminar。偏微分方程研究一方面是由於他的重視，另一方面也因為跟實際有聯繫，所以就得到較多的支持，偏微分方程界前輩中一些重要的人物像齊民友²、王光寅³、丁夏畦⁴等等當時都是在吳新謀先生的討論班裡面，這是比較早的一代的發展。這些人後來再帶了很多的學生，漸漸形成大的影響。

¹註：吳新謀（1910-1989），中國數學家，中國偏微分方程研究的主要創始人之一，建立中國科學院數學研究所微分方程研究室。

²註：齊民友（1930-），中國數學家，他的研究主要集中在微分方程領域。

³註：王光寅（1926-），中國科學院數學研究所研究員，長期從事微分方程研究工作。

⁴註：丁夏畦（1928-），中國科學院院士，研究工作涉及偏微分方程、函數空間、數論、數理統計等方面，有許多重要研究成果。

劉：那麼你在的復旦是怎麼樣的情況？

陳：復旦也是這樣。復旦當時是谷超豪⁵先生到蘇聯去學習，他剛開始去的時候學微分幾何，第一年做的是微分幾何，第二年就轉到偏微分方程，他當然是轉得比較快，而且很快地就進入了偏微分方程的核心領域。他回來以後主要是做偏微分方程的研究，特別是守恆律方程跟空氣動力學有關的一些問題的研究。他在復旦帶了李大潛⁶、俞文鈺⁷等，郭柏靈⁸ 那時候也在其中。我那時候是學生。谷先生當年很注意偏微分方程跟空氣動力學應用的聯繫，另外，他也很注意理論的發展，譬如 Friedrichs⁹ 當時為研究混合型方程，發展了正對稱方程組 (symmetric positive system) 的理論。他1958年在 *Communications on Pure and Applied Mathematics* 上發表了一篇很長的論文，大概有80多頁。谷先生在60年代初的時候就念這文章，他那時剛從蘇聯回來，一回來就組成討論班做空氣動力學與偏微分方程的研究，同時也注意到這些新的動向，並且要我進入這個方向。那篇文章是58年發表的，我們能看到這篇文章已經是60年了，所以在60年代就進入這個方向應該說是跟得很緊的。

劉：那一代的人，谷先生、丁先生以及你剛才提到的幾位，這些人在中國偏微分方程界有很根本的影響，這些人也分布在不同的地方，我曉得北京有丁先生。

陳：主要是在北京、上海。那個年齡層中還有王柔懷¹⁰，他在吉林大學，齊民友在武漢大學。

劉：那個時候的文化氛圍，跟後來以及現在都完全不同。那時候你已經進入這個領域了嗎？

陳：我那時候是研究生，是學生，所以他們這些教師的活動是不參加的。因為我們在念書，我們做自己的事情。他們開會或在教研組裡面討論，我們一般是不參加的。

劉：但是有 seminar 是吧？

陳：那時候教師的 seminar 我們也沒去。就是谷先生跟我們研究生有些討論，谷先生當時也很重視混合型方程這個方向，所以他那時候就安排我主要學習 Friedrichs 的文章，如 symmetric positive system 等，就是想做高維的問題。

劉：所以你從一開始就做混合型這種困難的方程。

⁵註：谷超豪 (1926-)，中國數學家，2010年獲得中華人民共和國國家最高科學技術獎，主要研究方向有偏微分方程、微分幾何、數學物理等。

⁶註：李大潛 (1937-)，中國科學院院士，法國科學院外籍院士，在偏微分方程的理論及應用方面取多項成果。

⁷註：俞文鈺 (1940-2002)，中國數學家。

⁸註：郭柏靈 (1936-)，中國科學院數學與物理學部院士，在非線性發展方程方面，對力學及物理學中的一些重要方程進行了系統深入的研究。

⁹註：Kurt Otto Friedrichs (1901-1982)，美籍德裔數學家，紐約大學 Courant Institute 的創始人之一，1977年獲得美國國家科學獎章 (National Medal of Science)，在應用數學的偏微分方程領域中有卓越的貢獻。

¹⁰註：王柔懷 (1924-2001)，中國數學家，從事偏微分方程理論研究，主要成就涉及非線性橢圓型與拋物型偏微分方程。

陳：是谷先生很早就開始做混合型方程的研究，谷先生對國際上的學術動向是很敏感的，那時候 Nirenberg¹¹ 和 Hörmander¹² 在65年發表了關於擬微分算子理論的重要文章，他在66年上半年就注意到這個動向，他那時自己先在那邊看，但是後來就文化大革命了，所以沒能繼續下去。

劉：那一代的人把握世界的數學的動態，他們都覺得必須掌握而且很寬闊地去理解。我聽說丁夏畦先生也是，他注意到 Glimm¹³ 的工作也是在文革期間很困難的時候，後來他叫幾個人去做，即便是在美國，大家注意到 Glimm 這個文章的時間並沒有比中國那時候早，所以早期在中國他們也做了好的工作。另外還有你說到齊民友、王柔懷。王柔懷是怎麼樣的情況？

陳：王柔懷以前主要是做橢圓的，他橢圓的工作做得很好，在非線性橢圓型方程組解的解析性研究中得到跟 Morrey¹⁴ 他們差不多的結果。這個結果當時是用中文發表的，國外不知道，很可惜。所以後來他的論文在一個叫做 Frontier of Mathematics in China¹⁵ 的雜誌中被翻成英文。雜誌是張恭慶¹⁶ 主編的，由高等教育出版社（中國）出版。

劉：這很有意義啊。

陳：這雜誌在創辦初期找了一些早期比較好的，原來用中文發表的文章，把它翻成英文。王先生當時關於橢圓型方程這方面的工作是做得很好的。

劉：齊民友先生他主要是做擬微分方程？

陳：齊先生以前主要是做退化雙曲的，他有一個做得很好的工作是關於退化雙曲型方程該提怎樣的初始條件。但是齊先生後來也因為當年的批判等原因，沒有很多的精力做數學。

劉：是那樣的一個年代！我曉得你剛剛提到開始做混合型，在北京的丁夏畦先生還有王光寅先生他們也做過些退化雙曲的問題，用一些特殊函數，後來他們在做補償列緊的時候這些東西都派上用場，這數學慢慢就有些淵源。據說吳新謀先生請 Hadamard¹⁷ 先生到中國來，那是什麼時候？

陳：來過。不過不是吳新謀先生請的，似乎是更早。¹⁸關於 Hadamard 那時候到中國來有一段介紹，你如果有興趣，我可以幫你查查看。

¹¹註: Louis Nirenberg (1925-), Courant 大學教授, 是20世紀最出色的分析家之一, 在線性與非線性偏微分方程中有根本的貢獻。

¹²註: Lars Valter Hörmander(1931-), 瑞典數學家, 在線性偏微分方程現代理論有巨大的貢獻, 1962年獲得 Fields Medal。他的著作「Analysis of Linear Partial Differential Operators I - IV」公認是線性偏微分算子方面的經典著作。

¹³註: 詳數學傳播第31卷第4期, 有朋自遠方來專訪。

¹⁴註: Charles B. Morrey, Jr. (1907-1984), 美國數學家, 在變分法與偏微分方程有重要的貢獻。

¹⁵註: Frontier of Mathematics in China, ISSN:1673-3452 (紙本), 由中國高等教育出版社及 Springer 出版。

¹⁶註: 張恭慶 (1936-), 中國科學院院士。

¹⁷註: Jacques Hadamard (1865-1963), 法國數學家, 以 prime number theorem 證明聞名於世, 並為偏微分方程理論創造了適定問題 (well-posed problem) 概念以及 method of descent。

¹⁸註: Hadamard曾於1936年訪問中國並在清華大學講授偏微分方程。吳新謀先生當時不僅聽課還擔任了演講紀錄。

劉：我知道 Hadamard 是個共產黨員，那時候法國政府不喜歡他，但是因為他做了 prime number theorem 的一些重要工作，所以他就沒事，有這麼一個說法。剛剛你提到谷先生他對數學的動態很敏感，你可以說說他一般是個怎麼樣的人？

陳：谷先生對數學宏觀把握的能力比較強，這個大概是他很突出的地方。因為我覺得要研究數學有兩方面的能力是很重要的，一是需要有進行嚴密的邏輯分析以及精密地計算的能力，再就是需要有一種很好的宏觀思考的能力，整體地把握研究方向。一般做數學的人都有第一個方面的功底，如果你沒有相當強的邏輯思維及計算能力你就沒辦法做數學了。第二個方面的能力就各有高低，我覺得谷先生在宏觀思考這方面是比別人略勝一籌的。譬如他原來做幾何能很快找到幾何的核心問題，他從幾何轉方程的時間很短，在方程這方面是完全新手，但他又很快找到了重要的方向，重要的核心的問題。後來他跟楊振寧¹⁹ 他們合作做數學物理，做波映射，他又是很快的進入那個領域中，所以我覺得這是他的一個特點。

劉：丁先生你跟他相熟嗎？不是在同一個地方，但接觸應該也是很多年了，是嗎？

陳：80年代前我跟丁先生接觸不是很多，他們在北京，我們在南方，那時候我們的聯繫比較少。丁先生知識面也很寬，他在偏微分方程領域裡面橢圓也做，雙曲也做，他有很多學生而且都是很強。他在指導學生跟自己做學問方面都有獨特的一套，但我跟他直接接觸不是很多。

劉：回到關於你比較個人的問題，你做數學很專注，而且你認為重要的東西就鏗而不捨的做，你是怎麼進到數學來的？

陳：我是這樣的。我在中學的時候就對數學有興趣，對物理也有興趣。在考大學的時候雖然進了數學系，但我始終保持對物理很強的興趣，這也是我後來在數學裡面做偏微分方程的一個原因。我們那時候復旦大學是五年學制，學數學到第四年的時候需要分專業方向，我當時好像很自然就挑了偏微分方程，這一方面是由於谷先生在研究偏微分方程，另一方面是因為我覺得偏微分方程跟物理的聯繫很多，方程可以解很多問題，所以就自然而然地過去了。

劉：所以這是你自己的興趣，跟時代並沒有很大的關係。

陳：跟時代沒有關係。過去了以後，跟谷先生的接觸比較多了，後來就去考他的研究生，進一步看到方程在物理學、力學裡面有很多應用。那時我們研究生基本上就是念書然後做論文，我那時做的論文是研究對稱雙曲組的初邊值問題，得到的結果比 Kato²⁰ 的相應結果還早一點。但是我那篇文章用中文寫成而且還沒來得及投稿，只是谷先生在他的綜述論文中提過這個結果。一直到文革以後，才把以前沒有發表過的一些文章拿出來發表，但那時候已經是80年代了。

¹⁹註：楊振寧 Chen-Ning Franklin Yang (1922-)，美籍華裔物理學家，1957年與李政道提出的宇稱不守恒理論共同獲得諾貝爾物理學獎。

²⁰註：Tosio Kato 加藤 敏夫 (1917-1999)，日本數學家，是偏微分方程、數學物理與泛函分析等方面的重要數學家。

劉：你文章做出來是什麼時候？

陳：文章做出來是65年。那篇畢業論文保留在圖書館的資料裡頭。因為過了這麼多年，我自己的資料早就處理掉了，但是在復旦圖書館的檔案裡還有。80年代發表的那篇文章還是比較一般的結果，當然後來又做了些加工，D. Ebin²¹ 在80年前後討論在固定容器裡面流體流動的問題，建立解的存在性，我當時所做的一般的結果也可以應用到這樣的問題裡。

劉：那個時候你大概多大？

陳：我是1941年生的，65年大概是24、25歲。第一篇文章是63年發表的，第一篇文章是做單個雙曲方程，證明如果初始條件不是單調的話就一定會產生激波，並且將激波解構造出來。

劉：後來你又做了擬微分算子，是吧？

陳：後來做擬微分算子是因為文革耽擱了很多時間，到文革結束，又可以做學術研究時，發現我們跟外面有很大的距離。譬如像 Nirenberg, Hörmander 等 65 年發表了關於建立擬微分算子理論的文章，如果我們當時就看，大概也跟上去了。不過因為停頓了那麼長的時間，很多文獻資料都看不懂了。那怎麼辦？在1978年的全國偏微分方程會議上，很多人都說關於擬微分算子及微局部分析這一塊我們一定要補起來。當時王柔懷先生與齊民友先生帶頭，組織了一批教師做這件事。這事也是有點自願的，誰願意參加就參加。我當時也聽他們講，也對這個東西很有興趣，就過去了。我以前就想做高維雙曲守恆律的問題，經過一段思考，知道僅僅用 Friedrichs 的能量不等式這類辦法是做不下去的，方法上要有突破。那時 Kreiss²²他們做雙曲方程的初邊值問題，文章是60年代發表的，但實際上用了擬微分算子與微局部分析的思想。我們集中攻讀、研究微局部分析的時間大概是從1978年到1985、1986年，共約7、8年的時間。那段時間王柔懷先生、齊民友先生是領頭人，總共有二十幾人，分別來自各個學校、地方。那時候也是像 seminar 的形式，但是人集中起來比較方便。我們第一次是在武漢大學，條件也比較差點，大家待了近兩個月，借了個學生宿舍，天天讀書看文章，相當集中。研究報告 Hörmander 關於 Fourier 積分算子的大文章。有的是王先生看了以後給我們講，有的是各自報告，訓練強度很高，而且效率也相當高。這是在武漢大學，後來在成都科技大學也辦過，南開大學也辦過，在好幾個地方辦過這樣的 seminar。有過那段時間的努力，學術領域中的這個空白就補起來了。國外這方面的動態，我們也瞭解了。這些人還有學生，更年輕一代，像現在苗長興²³、張平²⁴ 等，他們那時候當然是不在隊

²¹註：David G. Ebin, 美國數學家，任教 Stony Brook State University of New York.

²²註：Kreiss, Heinz-Otto, Initial boundary value problems for hyperbolic systems, Comm. Pure Appl. Math. 23 (1970), 277-298.

²³註：苗長興 (1963-), 北京應用物理與計算數學研究所研究員。

²⁴註：張平 (1969-), 中國科學院數學研究所研究員。

伍裡面,但是也受到了我們那時候的活動的影響。所以現在國際上微局部分析理論發展有什麼最新的動態,最新的成果都能夠趕上去。

劉:他們有甚麼問題就有人可以問。

陳:我們在那段時間也請了很多人來,包括像鄭紹遠²⁵ 我們也請他來了。鄭紹遠是做微分幾何的,他來講微局部分析也給了我們啓發 — 你並不一定要原來就是做這東西的人在講這個。還有一些別的人例如 Gårding²⁶, Hörmander, Chemin²⁷, Helffer²⁸ 這些人都來過。後來陳省身²⁹先生從 80 年開始組織雙微會議,對中國數學發展的推動很大。

劉:中國現在各方面變化很大,學術變化也很大,這些都是你經歷過的。

陳:在 85 年以後關於微局部分析基本的東西大家都知道了,然後大家進一步考慮往前發展,要往哪個方向發展,以及各方面的應用。那時期在國際上也是回到應用,包括 Nirenberg 他是微局部分析理論創始人之一,又回去做橢圓,王先生那時候也是又回去做橢圓了。我那時候也想回來做守恆律方程組的問題,因為在流體力學裡面有好多問題我非常有興趣,也很重要。那個時候 Majda³⁰的文章對我的影響很大,因為 Majda 用微局部分析的方法做了一個高維的 shock front solution 的存在性結果。那個問題很有意思,方法也很深刻。這也使我認定做高維守恆律方程組的問題應該是以後的一個重要方向,所以我又回到這個領域中了。

劉: Majda 在做的時候,我就認得他了。他說他看到李大潛、俞文舫他們做一維的情形,怎麼樣把 shock front 固定下來。他們倆後來寫了本書。

陳:寫那本書是基於他們那幾篇在 62、63 年發表的論文。這些文章主要是討論一般情況。在此以前谷先生從蘇聯回來時就開始做這方面的研究,做些特定的問題。

劉:我問一個一般性的問題,現在在中國做偏微分方程的人很多,以前的情況與現在的情況變化不小,你有沒有甚麼看法?你比較獨特,有自己的一條路在走。

陳:在中國偏微分方程研究的情形當然是比過去好得多了。有個很大的隊伍,研究工作和國際上的交流很多,研究的問題也多是在前沿的問題。在這個情況下,我覺得應當想些更深層次的問題,就是說偏微分方程研究今後到底該怎麼走。因為我覺得整個偏微分方程發展到現在已

²⁵註: 鄭紹遠 Shiu-Yuen Cheng, 華裔數學家, 研究微分幾何。

²⁶註: Lars Gårding (1919-), 瑞典數學家, 對偏微分方程發展有卓越的貢獻。

²⁷註: Jean-Yves Chemin (1959-), 法國數學家, 任教巴黎第 6 大學, 研究 Navier-Stokes 方程。

²⁸註: Bernard Helffer (1949-), 法國數學家, 任教巴黎第 11 大學。

²⁹註: 陳省身 Shiing-Shen Chern (1911-2004), 美籍華裔數學家, 美國國家科學院院士, 中央研究院院士以及其他數國的外籍院士, 是 20 世紀重要的微分幾何學家。

³⁰註: Andrew J. Majda (1949-), 美國數學家, 以在偏微分方程理論及各種應用的貢獻著稱。

成爲一個很龐大的理論，有很多值得研究的課題，但是進一步往前發展的關鍵以及制高點在什麼地方？我一直在想這個問題。我覺得關鍵是在非線性混合型方程，因爲無論是橢圓型方程也好，雙曲型方程也好，都已經建立了相當完整的理論，但是關於混合型方程的成果就要少得多。混合型方程最早是意大利 F.G. 特里科米³¹在1923年開始研究的，就是研究他提出的現在稱爲特里科米方程的問題，但是從那之後到現在的80多年間，還沒有很大的突破，流體力學以及高維守恆律方程組中的很多問題，實際上的研究往往停在這個混合型方程上面，很多問題的困難就在這一步。所以我想無論是從應用的角度來講還是理論的角度來講，偏微分方程發展的焦點都在混合型方程上，如果在這方面有個好的突破，建立一個系統的理論，偏微分方程將有很大的改觀。

劉：你覺得中國偏微分方程學的研究有什麼獨特性？譬如我有個印象是在 hard analysis 方面比較沉得住氣。

陳：我覺得年輕的做偏微分方程的人需要有自己的獨特的看法，這是件很要緊的事。現在很多人忙著出文章，某種程度上有些浮躁的情緒。現在有各種獎勵要求研究人員多寫論文，特別是SCI論文，這種措施在起步階段是必要的，但是對一個做研究的人來說，這些東西不應該想很多，你應該去考慮數學當中本身優美的地方。就是說文章要寫得優美、寫得好，解決的是比較本質的問題，要能夠保存得下來，而不在於文章的多。現在有種風氣是在拼文章的數量多，這樣的風氣對學術研究不見得有利。有的人今天跟這個人討論出篇文章，明天跟那個人合作再出篇文章，但是本人主要的研究重點是甚麼卻說不清楚。我覺得有些年輕人，甚至是已經在帶博士生、碩士生的導師，在學術研究方面上還是立不起來，這一點我覺得是應該要注意的問題。

劉：這會不會是個過渡時期？

陳：我想以後應當會更好點，包括文章也是。我覺得有的文章寫得太多太長，譬如說有的年輕人往往對同樣一個問題，把一篇文章寫成兩篇文章，三篇文章，這樣發表的話可能感覺成績很多，但實際上從科學發展來看，你將這幾篇文章合起來寫成一篇文章，文章的質量就更高，更有保存的價值，對科學發展的作用更大，但是現在有的人好像不是這樣的做法。而且我覺得有時候文章太多也是問題，文章太多後，一個問題要用數篇文章才能闡述清楚，別人就不一定有那麼多的時間來看這麼多篇文章，所以即便你文章已經發表了，但真正去讀你文章的人反而減少。

劉：復旦現在 seminar 的情況與你當初當學生時候的 seminar 情況相比，差別應當也不是太多，是吧？

³¹註：Francesco Giacomo Tricomi (1897-1978)，義大利數學家，以研究混合型偏微分方程聞名。

陳：Seminar是這樣的，依據目的的不同有各種各樣的 seminar，譬如我們學微局部分析的 seminar，就是大家集中在一起讀些比較硬的文章，每人報告一段大家一起討論，也是像個讀書會，我覺得效率是較高的。以前吳新謀先生主持的 seminar，雖然我沒參加到，現在回過頭去看那時候可能也是這樣。以前數學中心比較少，有幾個重要人物出來商量一下組織一個 seminar，就可以找到很多人來參加，來的人基礎比較好，也是做了準備，真正想學東西的。現在數學中心很多，大家都很忙，且各有計畫。有的時候找來的學生不大有準備，水平不是很齊，這就影響效果。我們那時候集中攻讀與研究微局部分析的成員基本上就是各個學校的教師，但現在如果要把各個學校有一定水平的教師集中到一個地方去是件非常困難的事情。

劉：中國現在有哪幾個比較主要的中心？

陳：數學中心現在很多，光北京就有好幾個，上海、天津等地方都有，各類數學中心很多。有時候設想與實際做起來是有差別的，例如你組織了很好的 summer school，請了很好的人來講，但是聽的學生是各地的學生，程度不一致，學生本身也不是很有準備，聽了也跟不上，效果就會差點。在80年代的時候，陳省身先生在北京辦了雙微會議跟相關的 seminar，去的人相對來說都是比較強的，想學點東西的，效果就比較好。那時候他辦偏微年，組織很多活動，我也在那邊待過相當長的時間，有的人講些基本課程，有的人在 seminar 上講近代的發展，請人來講、介紹，效果比較好。

劉：在做 research 方面，我看你還是比較特殊，就是你走自己的路。所以在國外講到多維 shock waves 的時候，一想到就是你，每次都邀請你。你這個毅力是很驚人，我想你剛剛提到最主要的是你對這東西要有興趣，要可以欣賞數學的美。可是關於欣賞數學的美的這件事情，你有沒有感覺在西方把科學當成是純粹的好奇來做，這種態度是不是比在我們華人地區要多些，你有這樣的感覺嗎？因為近代數學是西方來的。

陳：做偏微分方程還是要聯繫些應用的問題，包括物理、力學等學科中的問題。雖然在國內我在微局部分析方向走得比較前面一點，也寫了好幾本書，如傅裡葉積分算子理論及其應用，仿微分算子引論，擬微分算子偏微分方程的奇性分析等，但我還是始終對與流體力學緊密相關的守恆律方程組理論保持濃厚的興趣。

劉：美國數學學會曾經想要翻譯你的書，後來有沒有進行？

陳：他們跟我聯繫過這件事情，我也跟他們說過有哪些書可以翻譯。他們還問我是我自己翻譯還是讓他們翻譯，我跟他們講如果可以找人翻譯最好，不過這件事情後來就不了了之了。

劉：翻譯那件事情後來因為中國人自己的翻譯也多了，情況改變之下，翻譯的小組就解散了。那時候我在那個委員會裡面是提議過要翻譯你的書。

陳：我剛剛看了你的書架上還有我寫的那本偏微分方程的奇性分析的書³²，新加坡的 World Scientific 出版社跟我聯繫後，我才把這本書一面翻譯一面修改又重新出了。

劉：我剛剛打斷了你的話頭，就是在做偏微分方程的人，你覺得我們應該對應用的源頭比較關心？

陳：我覺得現在年輕人做問題，應該能自己提出問題，對問題的重要性以及源頭要比較清楚，有個明確方向，在這個基礎上再和同行進行交流。但是現在很多人的做法是跟在別人的後面做，看看你在某方面做得滿好的我就跟在你後面做。這樣做的話，當然跟上去是比較快，但是永遠是在人的後面。我想如果真的要發展科學應該要有獨創。獨創當然可能不很順利，但是這個獨創的精神是最要緊的。

劉：現在是不是大家論文發表的壓力變大？

陳：論文發表這件事，每個人都感到有不同的壓力。有的人別人可能覺得他沒有什麼壓力，他自己卻是感覺很有壓力。

劉：所以壓力有時候是自己要來的？

陳：各人想法不一樣，有的人自己就覺得壓力很大。

劉：你活在同個社會，你就不理這個壓力，就不感覺這個壓力。

陳：那倒也不一定，每個人的情況不一樣。我81年到美國 Purdue University 去了一年，Baouendi³³ 邀請我過去。我到美國沒向 Baouendi 學到太多東西，因為他做的東西跟多複變很有關係，我覺得多複變是我的弱項，我瞭解得太少，我那時候自己估計，就算做這個方向的研究也做不出什麼好東西來，所以就沒多花時間學他的論文。但是我到美國給我最大的收穫是思想觀念上的收穫，因為在中國的時候，總覺得跟著很有威望很有知識的老師，譬如谷先生，只要好好的跟老師學就好。但是在美國的一些年輕人就不是這樣的看法。他們認為，那些老師、大人物們當然是很值得尊敬，很值得學習，但是你也要走自己的路，自己可以有很多想法，自己想到的東西他們不一定都會想得到，年輕人可以想出大人物想不出來的東西。跟美國的不同的年輕人聊，這種看法很自然。我覺得這點對我的啓發影響很大。這雖然沒什麼具體的內容，但它促使我覺得在學術上要有自己的思考。什麼是重要的，該研究什麼東西，應當有自己的想法。

劉：不過混合型偏微分方程當然是很難，難的事情有時候就是要時間，因為它的難不見得是技術上的難，很多是觀念上的困難，這就要長的時間，但是要讓大家知道這方向必須要努力去關心，現在能做的就是這樣一件事情。

³²註: Shuxing Chen, Analysis of Singularities for Partial Differential Equations, World Scientific Publishing Company 於 2010 年 12 月發行。

³³註: M. Salah Baouendi (1937-), 美國數學家, 主要研究 several complex variable, 偏微分方程與泛函分析。

陳：我現在一直在強調這件事情。我覺得現在跟當年特里科米提出特里科米型混合型方程時的情況有很大的不一樣。偏微分方程的理論基礎比那時強多了，特別是關於非線性方程的知識比20世紀上半期的時候要強得多，有很多新的方法等等。另外一個問題是，二十世紀上半期雙曲跟橢圓那些理論本身還有很多很多問題沒做，都值得做，值得往前走的。但現在關於雙曲、橢圓型方程的成果已相當豐富、完整，要再往前走的話，很多問題都會與混合型方程有關。關於退化橢圓，退化雙曲的研究以前也已做得很多，但是已有的結果與物理力學中的問題常常連不起來，例如我平常碰到一些退化橢圓的問題時去查查現在很多結果，往往用不上去。有些結果本身可以做為論文來寫，也是這方面研究的進展，但是你要從合成一個完整系統的成果這點來看，還不夠。

劉：需要新的角度，提出新的問題。以前是按照以前的角度把它走到極致了。

陳：現在問題有很多。科學出版社要出一套書叫做「10000個科學難題³⁴」，2010年已出了數學、物理、化學卷，共七百多個題目。高維黎曼問題、超音速繞流問題都寫在裡面。

劉：你這次來談 Mach configuration 用到俄國人的結果，他們是以純數學的角度去探討，你的工作賦予不同的意義，這很美妙。

陳：Lavrentiev³⁵-Bitsadze³⁶提出一類混合型方程，他們是把混合型方程做某種模型化，簡化的處理。後來就有很多俄國人在這方面做，由於沒有一個物理背景就越做越細，結果越來越瑣碎，做到死胡同裡去了。但是如果你有好的背景，會發現這類方程是值得深入研究。

劉：你已經寫了那麼多本書，現在講混合型方程，是不是有想法寫本書把這方面現在已經有的一些想法以及一些問題結合起來，有這可能嗎？

陳：混合型方程已有的結果尚不夠完整，還是要有一個比較好的系統的結果以後，才有可能整合。

劉：大家心裡關心的方向可以稍微集中一點。

陳：我也是這樣的想法。因為我覺得偏微方程裡很多問題都可以做，也很有意思，但有的問題在偏微分方程裡面的影響比較局限。而對於非線性混合型方程，如果你能做出好的成果，它的影響會擴散到整個偏微分方程，使偏微分方程整個面貌有很大的變化。我現在非常強調這點，當然做起來可能會很難。是不是可以有很好的突破，現在也說不上來。

³⁴註：中國科學技術部、教育部、中國科學院、國家自然科學基金委員會四部門於2007年聯合開展的“一萬個科學難題”徵集活動，先行在數學、物理學、化學三個領域徵集篩選出的七百四十個難題已結集為叢書《數學卷》、《物理學卷》和《化學卷》出版發行。

³⁵註：Mikhail Alekseevich Lavrentyev or Lavrentiev (1900-1980)，俄國數學家以及流體力學家 hydrodynamicist，主要貢獻在共形映射以及偏微分方程學，Institute of Hydrodynamics of the Siberian Division of the Russian Academy of Science 創建人之一。

³⁶註：Andrei Vasil'evich Bitsadze (1916 -)，喬治亞數學家，在橢圓型方程的理論有根本的貢獻。

劉：如果大家把這件事情放在心裡比較中間的位置就比較好。有沒有突破是要時間的，而且是可遇不可求的，有時候是自己，有時候是別人。這樣的話，如果有新的想法，大家也比較高興，也分得出來甚麼是重要，甚麼是不重要，這就是大的事情了。以前做 Equations of Mixed Type 的那些人的工作，我們現在基本上都已經知道了。更不要談新的方面，我們把這整件事情並沒有認真當一回事。

陳：就是啊！因為我想就是好多人並沒有想到這點。希望大家能夠看到這點，能有更多的人從這方面去走。儘管你走的是一小步，但這個方向是對的。同樣做研究，如果你沒有比較明確的方向，走在非重要的方向，雖然也可以走，也可以出文章，但是從整個科學的發展來講，你的研究成果的影響不一定會很大。要看到這個方向，或是要大家同意這個方向，可能還是要做些宣傳與說服，所以我現在一有機會就說這一點。

劉：今天這個訪問我們就把它寫在紙上。

陳：上次到 Stanford 開會報告，有人也建議我寫篇文章，就是最近在 Quarterly of Applied Mathematics 剛發表的文章，我也寫了這個觀點。另外，我在申請國家自然科學基金委員會重點基金項目的時候，也特別強調這點。不做混合型方程很大的一個原因是因為比較難，難了就做不動了，文章出不來，日子就不好過了。很多人就是這樣跑掉了。

劉：不過混合型有人去做嗎？我看連做都沒有做。如果是做了做不動還好說，事實上並沒有去做。

陳：學生就看老師，老師不做學生也不會想到去做。谷先生倒是以前就做過，他在65年的時候就做。

劉：我聽過他一些演講，他到 Courant Institute 去演講過。他那時候主要是比較撇開物理背景去做。

陳：我知道他有幾個工作與混合型方程有關，一個工作是從一般的邊值問題的提法來講，他發現混合型方程邊值問題的提法有相當的任意度，從而得到很廣泛類型的邊值問題。還有一個就是他想把 Friedrichs 正對稱方程組的理論推廣到非線性的情形，但是這項工作後來沒繼續做下去。那時候他早就開始注意到混合型方程這一方向，他也很想做這件事情。

劉：關於做混合型的偏微分方程，要能夠提出好的問題，我有時候就想要有個邊界，因為固體的邊界會讓流體固定出幾種比較穩定且特殊的形態，有邊界也比較好做實驗，從而我們會有些物理上的圖像，然後數學上是不是可以從這邊找出些比較可能的問題，但這都是非常難的。

陳：就線性混合型偏微分方程來講，一般分成 Tricomi 型，Keldysh 型，Lavrentiev-Bitsadze 型這三種，但是對非線性方程來講，我想情況更複雜。有的情形退化線是固定的知道的，在

另外的情形退化線不知道，必須跟方程的解同時得到。有的情形可以先得到雙曲區域中的解，再把整個問題解出來，有的卻是必須在雙曲、橢圓區域一起混合求解的。還有剛才你講到邊界條件怎麼影響解的整體決定，邊界條件提法的合理性等，各種情況很複雜。這裡面問題很多，抓牢些很有物理背景的問題，把它做為重點突破的對象，可能是研究它的一個辦法。

劉：我們做研究，就怕沒有問題。你說問題很多是個好事。

陳：問題很多啊！有些學生問我說要做些什麼問題。我說：問題太多了，我可以馬上跟你說很多問題。可是當你理解了這個問題以後，你不要說「我沒有辦法」、「我不知道怎麼做」，如果是那樣的話，不就白講了？如果講了以後，你對這個問題有興趣，就專注地去做，那麼講這個問題就有效果。

劉：有問題，便需要理解，年輕人就有新的路可以走了。我們就在這句很樂觀的話上打住，以後再繼續聊，謝謝你。

—本文訪問者劉太平任職中央研究院數學研究所，整理者陳麗伍為中央研究院數學所助理—