

有朋自遠方來——專訪

Robert Griess 教授



策 劃：劉太平

訪 問：程舜仁、林正洪、柯文峰、李宣北

時 間：民國99年8月18日

地 點：中央研究院數學研究所

整 理：陳麗伍

Robert L. Griess, Jr. 教授在 1945 年生於美國喬治亞州，出生之後不久，全家人即遷回賓夕法尼亞州匹茲堡市，結束在當地中學的教育後，在芝加哥大學獲得本科及博士學位，博士的指導教授是群論大師約翰湯普森 (John Thompson)，在 1973 年他和 B. Fischer 分別發現了 Monster¹ 單群，後來 Griess 教授在 1980 年代初，獨力把它構造出來，並證明 Monster 群的存在。這個結果對後來 Monster 群的研究有很深遠的影響。

李宣北 (以下簡稱「李」): 像往常一樣，我們的第一個問題是，你對數學的興趣是怎麼開始以及哪時候開始的？

Robert Griess (以下簡稱「G」): 我在公立學校念書的時候發現自己對數學還滿擅長的。我的父親學生時代很喜歡數學，他教我許多簡單的幾何、整數的因數分解、三角函數的公式等等，一些基本的、不需要太多專業知識就可以自己做的基礎數學，我很享受做這些數學的感覺。以前每一科的老師都強調作答時要細心而且正確，我認為這點在學習數學時是重要的。正確的作答不一定會有讓人興奮的感覺，但是科學要求正確的答案並且清楚地表述答案。再大一點，我們學到必須要有尋找事物真相的洞察力，通常孩子是沒有這種能力的。

程舜仁 (以下簡稱「程」): 你提到你的父親對數學也很有興趣，他是念數學的嗎？

¹註：詳本期「怪物與月光——淺談 1998 年 Fields Medal 得主 Richard Borcherds 的數學工作」一文。

G: 不是, 他喜愛文學, 但拿的是商業管理的學位。他很喜歡學習與分析語言及邏輯問題, 常與我分享他的感覺。

李: 我注意到你能說流利的法語跟德語。

G: 說流利是誇大, 找路大概沒有問題。

李: 但你對語言很有興趣?

G: 沒錯。我覺得語言是了解其他文化以及他人想法的窗口。在旅行中, 藉著學習語言, 我與人接觸得到更多東西。透過找路, 一點一點學會許多其它的語言。解決旅途中的問題是一種樂趣, 同樣的, 比較不同語言的字、音也是一種樂趣。

李: 你在芝加哥上大學?

G: 我所有的文憑都是芝加哥大學的。1963年秋天我進入大學, 八年後拿到博士學位。之後, 在密西根大學找到工作, 直到現在還沒辦法讓我走路。

李: 你一進大學就主修數學?

G: 是的。起先我有其它選擇, 但總是一直回到數學, 它非常吸引我, 花了一、二年的時間才下定決心, 大概在大二或大三的時候我很篤定要學數學。大學的時候我遇到些很好的老師。其中一位是 Arunas L. Liulevicius(1934-), 他是代數拓樸學家, 非常親切, 教書極為清楚, 他的線性代數課很受歡迎。大四的時候, 上了 Jonathan L. Alperin² 的群論, 課程內容很豐富, 他教得十分生動有趣, 讓我對這個領域的所有面向有大致的認識。

李: 所以你選擇了群論?

G: 是的。

李: 研究所呢?

G: 那正是有限群論開始發展的時候, 芝加哥大學有很多這方面的教師、訪問學者與博士後。不僅如此, 附近的伊利諾大學芝加哥分校, 也有許多成員對群論有興趣。每星期二的討論會吸引了西北大學, 聖母大學等大學的數學家, 有許多讓人興奮的事, 無時無刻都有人在討論。對這個領域要如何發展隱隱然地有一種神祕的氛圍, 所以很容易被吸引。

程: 是很自然地被吸引。

林正洪 (以下簡稱「林」): 能否談談你受到哪些人的影響?

G: 芝大的群論教師有 Jon Alperin, George Glauberman(1941-), 以及後來我的論文指導教授 John Griggs Thompson³。此外, 我也受到某些訪問學者的影響, 例如, Martin

²註: Jonathan Lazare Alperin (1937-), 美國數學家, 以 Alperin 猜想著稱, Alperine-Brauer-Gorenstein 理論就是以他為名, 主要領域為群論。

³註: John Griggs Thompson (1932-), 美國數學家, 1970年獲頒菲爾茲獎, 2008年獲頒 Abel 獎, 以有限群的研究聞名。

Isaacs⁴ 和 Leonard Scott⁵。Roger W. Carter⁶ 從英國來客座一學期，講授李群，他講課非常引人入勝。

程：聽起來是段讓人嚮往的時光，群論似乎是當時芝加哥大學主要的方向之一？

G：那時候芝加哥大學可以說是代數方面拔尖的學校。前面提到三位群論學家，而基本環論的代表人物有 Irving Kaplansky(1917-2006), Israel Nathan Herstein⁷和 Saunders Mac Lane(1909-2005)。Mac Lane 和 Richard Swan⁸ 開了環論，K-理論以及群的上同調 (group cohomology) 課。

李：我想問你關於 Monster 群。大家都知道你和 Bernd Fischer⁹發現了 Monster 群。可不可以告訴我們發現它的故事，如何發現的？

G：在我 1967 到 1971 念研究所的時候，關於可能對有限單群 (Finite Simple Groups) 做分類的討論日益熱烈。John Thompson 1959年的論文是個突破。Abraham Adrian Albert¹⁰在芝大規劃了一個群論特別年，大約是1961-1962年。這段時間，Jacques Tits¹¹訪問了芝大。Jon Alperin 那時是 Princeton 的研究生，也在芝大待了一年。還有 Daniel Gorenstein¹² 和 John Walter，最終他們成功地將有 dihedral 2-sylow 子群的有限群做了分類。據 Alperin 說這個結果太難，需要許多技巧，看來似乎是當時所能做到的最大限度，結果其實不然。

Tits 那時在發展 Buildings 的理論，並且應用到有限群。他做了很奇妙的工作，他告訴我如何在僅知道 Suzuki 有這樣一系列的群、這些群的階 (order) 以及 doubly transitive 的條件後，在沒有看到 Suzuki¹³ 論文細節之前，自己造出了這些群。這個例子顯示出當時這個領域已經蓄勢待發。

而在 Feit-Thompson 奇階定理 (odd order theorem) 出來之後，雪球就開始滾動了。接下來幾年，某些滿足特定假設的有限群的分類定理被證明了。1965左右，Zvonimir Janko¹⁴ 得到一個新的有限單群，結果發現那是他早先與 Thompson 合作的分析中漏掉的一個情

⁴註: Irving Martin Isaacs, 美國數學家, 現為威斯康辛大學麥迪遜校區教授, 以群論與代數方面的研究而為人所知。

⁵註: Leonard L. Scott, Junior (1942-), 美國數學家, 現為維吉尼亞大學教授, 研究領域包含表現理論。

⁶註: Roger W. Carter (1934-), 數學家, 英國 University of Warwick 退休教授, 他的著作「Simple Groups of Lie Type」, ISBN:978-0-471-50683-6, 是單李群的標準參考資料。

⁷註: Israel Nathan Herstein (1923-1988), 波蘭裔美籍數學家, 他的著作「Topics in Algebra」, ISBN: 978-0-471-01090-6, 具有相當的影響力, 同時也是大學代數教科書。

⁸註: Richard Gordon Swan, 美國數學家, 以 Serre-Swan 理論最為人所知。

⁹註: Bernd Fischer (1936-), 德國數學家, 以在有限單群的貢獻最為人所知。

¹⁰註: Abraham Adrian Albert (1906-1972), 美國數學家, 在 Albert-Brauer-Hasse-Noether 理論的研究最廣為人知。

¹¹註: Jacques Tits (1930-), 比利時與法國數學家, 研究領域包含群論和幾何, Tits 群的發現者。

¹²註: Daniel Gorenstein (1923-1992), 美國數學家, 研究領域包含交換代數, 對有限單群的分類有很重要的影響。

¹³註: Michio Suzuki 鈴木 通夫 (1926-1998), 日本數學家, 以 Suzuki sporadic 群最廣為人知。

¹⁴註: Zvonimir Janko (1932-), 克羅埃西亞數學家, 群論中 Janko 群就是以他為名。

況。這個錯誤，不能真正算是他們的錯，他們的工作仰賴一個外來、不正確的 character 表。這也凸顯出盡信書，不如無書。不論如何，Janko 自行發現了這個群，現在稱為 J_1 群。不僅如此，在一兩年之內，他又找到另外二個，其中之一，也由 Marshall Hall¹⁵ 獨立發現。群論圈子裡，對於爆發出新的 sporadic(散在) 群都非常訝異。 J_1 的發現是自 19 世紀的 Mathieu 群後，百年來新出現的第一個 sporadic 群。大家開始懷疑是不是還有更多群。1968 年又發現大約 5 個群。它們的發現用到來自於組合數論，有理格子理論 (Theory of rational lattices) 以及 Internal groups 的技巧，涉及許許多多的想法。

你問的 Monster，是 1973 年發現的。所謂的發現指的是找到證據，當時並沒有存在的證明。在 J_1 出現後的十年中，大家很好奇到底會如何發展下去。每當可能有新的有限單群的消息出現，就讓人為之一振，一兩年後，卻沒有任何進一步地確認，又讓人沮喪。可是就在大家都以為這一波發現的浪潮已經過去了，卻又發現一個新的群。這就是我們當時研究的氣氛。

能找到新的單群當然是充滿樂趣的事，這其中蘊含了許多漂亮的數學。有人公開表示在尋找有限單群，有些人則私下默默努力。數學家要找到一個群可能是有限單群的證據，必須對群論有足夠的知識。即使如此，也不等於有足夠的運氣找到一個好的候選群。我想這就好像尋找次原子粒子 (sub-atomic particles)，即使努力找到了新粒子存在的證據，但真正需要的是有實驗證實它的存在。

程：你認為還有其它的有限單群嗎？

G：沒有證據顯示還有。不過，發現新群的進程什麼時候結束並不清楚，也不知道是不是真的就會結束。Mark Ronan¹⁶ 寫了一本書 “Symmetry and the Monster: The Story of One of the Greatest Quests of Mathematics”¹⁷，這書有個聳動的書名，在我的書評¹⁸中，我解釋當時對於要相信什麼、以及一個研究者的心力該投注到哪一個方向，並不明朗，因為 Monster 的大小 (大約 10^{54}) 以及它的所有矩陣表現 (最小是 196883)，使得描述它在技術上是一大挑戰。即便投入了這個研究，所付出的努力是否值得也不確定。也許有半打有待發現的群，它們比起 Monster 來絕對更大得嚇人。那麼，放棄原有的研究計畫，從事建構 Monster 群是否值得？從事已經具體成形的計畫應該是比較安全的。這些是每個人在研究生涯中都要做的評估。

我那時頗年輕，不知道該如何抉擇，所以我就像每個人一樣，暫時觀望一會，看看情況如何。1970 年代末，有一股很強烈的氣氛覺得有限群的分類可能就到此為止了。前面我提過

¹⁵ 註：Marshall Hall (1910-1990)，美國數學家，研究領域包含群論與組合學。

¹⁶ 註：Mark Andrew Ronan，數學家，伊利諾大學芝加哥校區退休教授，研究領域包含 Buildings 理論。

¹⁷ 註：Symmetry and the Monster: The Story of the One of the Greatest Quests of Mathematics, ISBN-10: 0192807226，由 Oxford University Press(USA) 出版。

¹⁸ 註：書評請見 <http://www.ams.org/notices/200702/rev-griess.pdf>。

的 Janko 造出了第四個群, 在1975年五月發表。所以自1973年 Monster 以及它的近親被發現之後二年, 又有一個新的發現。這些消息也許會讓那些相信分類即將結束的人動搖, 確實如此。所以分類研究者在某一方面可以說是在賭博, 冒著多年來所工作的問題可能是無解的風險。

程: 你花了多久造出 Monster?

G: 看你怎麼說。多年來, 我反覆地有些想法, 實驗性地試過些小小的計算, 不那麼認真的試著構造 Monster, 直到1979年秋天。在我1980年1月14日正式發表結果之前, 實際的工作時間大概是三個月。

林: 是什麼讓你相信可以不憑計算機就造出這個群? 我想當時大概沒人相信有人能不用電腦, 只靠純粹手算造出這麼大的群。

G: 我會跳進來做其中一個動機是渴望刺激。另外, 我也注意到得有新的想法持續注入有限群理論中。我忖度如果我加入, 也許會有些新的、很有用的想法。因此決定嘗試, 看結果如何。

李: 那時你在普林斯頓?

G: 那是我第一次的教授年休 (sabbatical leave), 得到1979年秋到80年在普林斯頓高等研究院 (IAS) 工作的邀約。那兒的工作環境好, 對於做研究很有助益。每天可與各種各樣的數學家午餐。那年是 IAS 幾何特別年, 我遇到丘成桐¹⁹, Karen Uhlenbeck²⁰, Richard Schoen²¹ 等人。這群人每天談的都是幾何。他們聚餐, 打排球, 聚會, 非常熱鬧。我聽他們談, 試著學些東西。

李: 你是否從與他們的談話上得到靈感?

G: 沒有用在我的研究工作上。我聽了 Armand Borel²²算術論及上同調群的課, 因此接觸到許多他在幾何, 分析及李群的工作, 給了我一些深入的想法。

1979年秋, 我準備好要著手 Monster。在前往普林斯頓之前的那個夏天, 我參加了幾個會議, 我持續計算高維度的表現群, 維度應該是 196883, 有許多假設, 所以我不停地嘗試簡單的情況, 看看其中的變化, 釐清問題在哪裡。我製造群作用在李代數上的樣本, 讓情況愈來愈複雜, 然後試著自己解釋為何會如此。有限群作用到這類代數的文獻不多, 我嘗試將代數裡的計算等價於某一個涉及群乘法的敘述, 以了解這些情形, 因為這是我所熟悉的。後來當我將答案轉換為我想要的公式時, 就扔下原先的實驗計算, 因為我不再需要它們了。

林: 我想 Gorenstein 是在1980年代初期宣布了有限單群的分類?

¹⁹註: Shing-Tung Yau 丘成桐 (1949-), 華裔美籍數學家, 1982年獲頒菲爾茲獎, 主要研究領域為微分幾何。

²⁰註: Karen Uhlenbeck (1942-), 美國數學家, 詳數學傳播第30卷第3期, 有朋自遠方來專訪。

²¹註: Richard Schoen (1950-), 美國數學家, 詳數學傳播第24卷第4期, 有朋自遠方來專訪。

²²註: Armand Borel (1923-2003), 瑞士數學家, Linear algebraic group 現代理論的創建者之一。

G: 我確定他是在我也參加的美國數學學會 (AMS) 在舊金山的年會宣布的, 雖然他的講題並沒有標明是有關有限單群最終的分類。

林: 至少我聽說許多人聽到後非常震驚, 許多群論專家感到失落, 因為他們不知道下個計畫該做什麼, 你又是怎麼看待這個?

G: 換句話說, 既然主要的問題已經被解決了, 下一步該怎麼辦? 也許你可以說這是面對生涯轉換, 也是許多人一生中都要處理的。一般做法也許是整理一些東西, 然後繼續前進。我嘗試不同的東西, 我最熟悉、而且自在的是繼續探討有限單群以及它們如何出現在代數中。所以我研究非結合代數, 研究有限群如何嵌入李群, 致力於非結合系統的工作。然後當頂點算子代數 (vertex operator algebra) 在 1980 年代中期出現, 這是以新方式研究有限單群的新契機, 所以我選擇做這個。其他人面對生涯轉換有不同的因應方式, 比方說有限群的表現在近幾十年來成長為一個很大的領域, 它與代數幾何, Category 理論, 有很強的連繫, 甚至可連結到代數拓撲。這是人們做的選擇之一, 另一方面有限群也與編碼學、Galois 理論有關。

柯文峰 (以下簡稱「柯」): 如果有研究生對群論有興趣, 你會建議什麼方向?

G: 這一點要看學生本身, 我會問他喜歡什麼樣的數學, 想做什麼。如果他一點想法都沒有, 那麼我會給他看我最近做的一些東西, 要求他們試著做延伸的工作。不過長遠來說, 一旦他們出了論文能夠立足, 就應該試著尋求與其它領域的連結, 因為這是啟發靈感的來源。

程: 你有多少博士生?

G: 五位。

程: 你是否認為帶博士生也是刺激研究靈感的某種方法?

G: 是的, 與聰明的學生討論正在做的研究計畫很可以激盪出新的體悟。教大學生讓我對基本的課題了解得更清楚。我曾指導過一些優秀的大學生做暑期研習計畫, 也曾有研究生讓我印象深刻。有些人現在仍在做研究。我的第一個博士生 Arnold Feldman²³。35年前畢業, 到現在還一直有論文發表。

李: 你提到暑期研習計畫, 可不可以詳細談談這個計畫?

G: 暑期研習計畫主要是由美國國家科學基金會贊助的“大學生研究工作體驗”(Research Experiences for Undergraduates-REU), 外國學生不能申請 REU, 但可由其它附加計畫, 得到補助。基本上, 學生得到從事 8 個星期工作的獎助金, 在此之前, 他們分別與不同的教授談, 詢問可以做些什麼。通常我告訴他們我手邊目前做的一些工作, 他們聽完離開之後就再也不來找我了, 不過有些還是回來了。今年 (2010) 春天就有個很好的學生, 我給這個大

²³註: Arnold David Feldman, 美國數學家, 現任教美國 Franklin & Marshall College。

三的學生一個建構格子點的模型，其中包含了我和林正洪合作的工作中需要的那些格子點。他查文獻，念有關的研究教科書，得出不少新的結果，做了很棒的工作。我讀他做的東西覺得很有意思，和他討論帶給我很多樂趣。

程：我想得沒錯的話，你很享受教書。

G：沒錯。

程：我聽到的你的講課非常清楚，尤其是你在2007年台灣數學年會中給的演講，是非常好的演講，我想你一定花了很長的時間準備。

G：多謝。

程：你花很多時間備課嗎？

G：看情形而定。大學部的課，例如基礎線性代數，多變量微積分或基礎機率，通常不需太多時間，即便是研究生的代數課，我通常也不需要花太多心思準備。如果是比較專門的課，有人會挑我證明中的毛病，就得費心思辯解。

程：你說他們在課堂上和你爭辯？

G：是啊！

林：他們有簡單的證明？

G：哦！他們很在意枝微細節、邏輯以及實際上我做了什麼樣的假設。針對這些開放地討論。不同數學背景的人會提出我不曾想到的觀點，所以與學生做這類的討論很有意思。

李：你教機率？

G：只是基礎機率。我當然不是機率學者，基礎機率開始的部分有許多計數。

李：所以不是測度論的機率。

G：我教的只是入門的課，談一些集合論和實分析。不確定教科書裡有沒有測度論這個名詞，但是我在課堂上交代了這些背景知識，學生似乎也能接受。這門課是針對非數學系的學生而設計的。

李：你是否感到現在的學生和35年前的學生不一樣？

G：是有不同，當然數學也不一樣了。我覺得主要的不同是在大學生的行為舉止。研究生多少已有了專業的態度，這與35年前分別不大，有趣的是數學和35年前不同了。現在的大學生帶著不同的任務入學。我上大學的時候，大家關心的是自由，是打破不合理的枷鎖，鼓吹一個更公平、公義的新文明。我們覺得應該在大學裡探索任何想知道的事情。而現實環境也左右其時學生的態度，如今人們更加意識到生態環境的問題，當經濟衰退，大家更務實面對賺錢謀生。但是理想與現實兩種觀點我們都需要，二者之間永遠在拉扯。我不願意看到任何一端

被消滅掉，我認為它們混合存在是健康的。社會需要有創見的人，自由自在追尋有興趣的事物與嚴謹的訓練二者並存是社會進步所必須的。

李：1968 芝加哥暴動時你在芝大？

G：是的，當年八月我們在數學系為有限單群而興奮的時候，城的另外一邊正舉行 1968 年民主黨全國代表大會。警察出動鎮壓，許多人湧入芝加哥，憤怒的人發表公開演說，這些大概是後來大選民主黨落敗的因素之一。對於許多人，那是個多災多難的時代，越戰也在進行中。

柯：回到剛才提到的大學生暑期計畫，我想知道一些細節，比方說在台灣我可以向國科會申請一個針對大學生的計畫，但是我必須自己找學生，你們是不是也是這樣？

G：學校鼓勵教授們在申請研究補助時，特別增列一項對學生的補助。而系裡會知道一共核准了多少。我的計畫中核准的錢，不一定給我的學生，而是由系裡統籌運用分配給學生。我前面提過還有其它的基金，有時候學校也會從經常性開支中支付這些。

柯：那麼如何挑選學生？

G：大學部的學生都可以申請。由主持整個暑期計畫的教授根據學生的興趣建議他們與相關的教授談，必須教授與學生雙方都樂意，通常是一堆幸福快樂的結合。今年由於申請人太多，60 個學生申請，而有意願指導的教授只有 30 位，只好對很多學生說抱歉了。我們不曾預期會發生這樣的情況，一般大約是 30 位學生。有些學生只修到高微，成績是 C，大多數的教授自然不會收他。另有一些很好的學生，興趣在工程方面，這些學生大概就不會來找我。還有的人對數學生物感興趣，他們會去找跨領域的教授。一般來說，如何推薦可能的指導教授是很清楚的。

程：我想問一個也許有些讀者想知道的問題。如果一個對數學有興趣的高中生想要知道什麼是學好數學的必備條件，你要如何回答？

G：第一個很容易，把學校的數學課學好。其次，美國各地都有為國、高中生辦的暑期活動。我們系裡已經辦了十年了。學生來一、二個星期，學習編碼理論，數學模型，election theory，模擬流體的流動或數論，有許多這類的專題工作坊。大部分的學生非常聰明。這些工作坊盡量讓學生可以入手，老師給學生教材引領學生解決某些問題。我觀察到這些學生大多很活潑，很愛發言，彼此很有互動，這是好的。我當學生的時候，記得數學系的學生喜歡獨自作業，彼此不大往來。現在強調小組作業，我認為這對心智是健康的。小組作業的缺點是程度差的學生可以躲在程度好的學生後面。不過你只要考考他們，就可以知道他們的程度，也有其它的方法可以鑑別，但是學生之間的互動有益於心智的發展。在一個小組裡，課後的討論、對話頗能收到教育的效果。

李：你有什麼休閒活動？

G：我喜歡旅行，也試著用自己緩慢的步調學語言。我愛好參觀藝術博物館與繪畫，非常喜愛舞蹈。我知道台灣有個很棒的舞團——雲門，幾年前我在台南看過他們的演出，真的是一流的。雖然是不同的領域，但我認為創意工作大抵很類似。每個人的喜好不同，也不是每個人都喜歡舞蹈。如果你喜愛某個創作領域，想要了解它，要從分析與整合二個方面著手。所謂分析就是了解這個領域的規則，如何運作；整合則是將藝術呈現的種種想法結合起來，在數學裡這也許是證明某些定理的想法，在藝術裡也許是研究或創作一件作品、一齣戲、一首曲子，這些都需要分析與整合。好的教育應該要教年輕人融合運用這兩種方法，不能一味的背誦公式，也不能只一味隨興的創作，期待有朝一日有好的作品。二者任一都不是好的，必須學會雙管齊下。

李：請問研究遇到瓶頸時，你如何自處？

G：散步，或是做些別的我喜歡的事。我不會跳舞，但是我喜歡看舞蹈表演，所以就讓自己享受一場舞蹈演出。或是，舉例來說，上星期，我卡在某個問題上，於是自己放假到故宮去盤桓一天，傍晚等公車時，忽然有個想法。所以你必須要有耐心。成功的研究牽涉到耐性，必須努力投入，但是也必須要有耐心，時間會揭開問題的面紗。

林：我想我們就此打住，謝謝你。

——本文訪問者程舜仁、林正洪、李宣北任職中央研究院數學研究所，柯文峰任職國立成功大學數學系，整理者陳麗伍為中央研究院數學研究所助理——

本刊第35卷第2期(138號)“編者的話”及“陳省身與漢堡大學”二文中，陳省身先生出生日期1911年10月26日乃出自於漢堡大學所存陳先生的檔案，另據2002年華東師範大學出版社所出版的「陳省身文集」，編者張奠宙、王善平在編者的話當中，有如下的敘述「…前人編選、翻譯中的誤植都盡量與以補正。例如，陳先生的出生日期，我們一律訂為1911年10月28日…」茲補述於此，提供讀者參考。