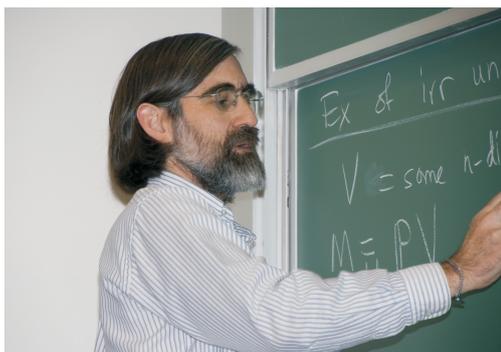


## 有朋自遠方來——專訪

### David Vogan 教授



策 劃：劉太平

訪 問：程舜仁、蔡孟傑、王偉強

時 間：民國99年12月20日

地 點：中央研究院數學研究所

整 理：陳麗伍

Vogan 教授 1974 年取得芝加哥大學 B.A. 及 S.M. 文憑, 1976 年在 Bertram Kostant 教授指導下獲得 MIT 博士學位。1979 年成為麻省理工學院數學系的一員, 1999 年到 2004 年擔任系主任。他在李群無限維表現的研究使得這個領域全面改觀。1986 年在柏克萊舉行的國際數學大會上應邀做主題演講, 並於 1996 年成為美國人文與科學科學院院士。他將於 2013 年到 2015 年擔任美國數學學會主席。

程舜仁 (以下簡稱「程」): 歡迎, 這是你第一次來台灣吧。

David Vogan (以下簡稱「V」): 沒錯, 這是個愉快的行程, 電腦的天氣預報說會下一個星期的雨, 結果晴朗舒適。當然是因為有好的人, 可口的食物以及非常好的數學, 所以我滿高興的。

王偉強 (以下簡稱「王」): 你知道我們三人都修過你的課嗎?

程: 我不確定我算不算...

王: 你沒修過?

蔡孟傑 (以下簡稱「蔡」): 我修過。

程: 我在哈佛時的確上過, 但是是非正式的。

蔡: 我修的是 18.757 李群表現理論。

王: 我說過你的學生為數不少。當我們做學生的時候, 總會聽到一些教授的傳言, 我想知道你多快就拿到博士學位?

V: 我在麻省理工學院 (Massachusetts Institute of Technology) 當了兩年的研究生。第二年中, 我覺得論文進展得不錯, 有幾年的時間可以好整以暇地把東西想清楚, 慢慢寫論文, 在那年將近結束的時候, Kostant<sup>1</sup> 在走廊上攔下我:「你想明年有份工作嗎?」這個問題永遠只有一個答案 —「是的, 我想要有一份工作。」所以我必須很認真的在那一年結束前畢業。

王: 所以兩年內就畢業了。學士是四年還是更短?

V: 三年。

王: 所以是三年加上二年。

V: 沒錯。我太太跟我我們倆上的大學距離遙遠, 我們打算畢業後結婚, 而且不要等太久。

王: 的確是個滿強烈的動機。你的學士學位在哪邊拿的?

V: 芝加哥大學。

程: 三年內拿到碩士與學士雙學位?

V: 是的。

王: 那麼你甚麼時候選擇數學的?

V: 大概是在芝加哥大學的第一年。我在七、八歲的時候就對天文感到興趣, 因為天文很容易吸引人; 有許多漂亮的東西可看, 有關於行星運行的書可讀, 所以我非常的喜歡。但是當我進到大學, 修物理課的時候, 我發現它很困難: 物理實驗是一項不可能的任務, 我沒辦法讓任何實驗器材做出正確的實驗, 相對來說數學就很簡單, 大學數學既有趣又好玩。而從中學開始我就一直遇到很好的老師, 非常棒的老師。

程: 當你說你無法享受實驗課是因為得不到該有的數據?

V: 正是!

蔡: 所以你比大部分的人都還要早就拿到博士學位了。

V: 有一段時期, 我在每個參加的會議中都是最年輕的, 然後, 多年前我第一次成為會議中最年長的人, 現在越來越是常態了。

蔡: 你幾歲拿到博士學位?

V: 21歲的時候, 就在我22歲生日前。

王: 所以 Kostant 給了你一份工作, 就一直做到現在。

V: 是的, 聽起來很無趣。

王: 難怪你說是無法拒絕的工作。你甚麼時候決定研究李理論?

---

<sup>1</sup> Bertram Kostant (1928- ), 美國數學家, 他的研究工作涵括了許多現代數學中最美的觀念, 例如表現理論, 李群, 李代數等等。

V: 就讀芝加哥大學的時候, 有許多很好的老師, 其中最讓人讚歎的就是 Paul Sally<sup>2</sup>, 他即使到現在還是非常有名。他在許多不同程度的數學教學上都是有名的老師; 他帶了許多很好的研究生、對大學生有極大的影響、同時間在芝加哥大學也主持不少學程, 有針對中學數學老師的學程, 也有中學學生的學程, 有教無類。他就是做表現理論的, 所以我覺得那也是我該做的。

王: 真巧, 大概兩個星期前我們有一個學術演講的講者剛好說了一個有關他的故事。如果我記的沒錯”除非學生要參加自己的葬禮, 否則不應該讓學生補考”, 你大概也聽過。

V: 的確。確實有不少關於他處理學生要求變更考試時間的故事。有個學生說他在期末考那天已訂好了機位, Sally 拿了那學生的手機立即打到航空公司把訂位取消。

王: 在你畢業後不久, Kazhdan-Lusztig 理論的出現是件大事, 其中你也扮演了很重要的角色, 可以跟我們說說這個嗎?

V: 那是極度讓人振奮的時期。1970年代早期我剛開始學習無限維表現理論的時候, 甚至連表現的分類都不大為人所知。Langlands<sup>3</sup> 在1960年代末期完成分類, 但沒有發表, 懂的人不多。甚至, 因為我不知道他的研究, MIT 的人也不知道, 在我的博士論文中我或多或少重複了一些他的研究, 但這不是問題, 因為能重複好的數學家的工作是件好事。Wilfried Schmid<sup>4</sup> 的工作是關於離散級數表現 (discrete series representations) 以及 Blattner 猜想的證明。Gregg Zuckerman<sup>5</sup> 提出了美妙地建構新的表現的方法。一瞬間, 你可以造出許許多多類新的表現, 這些表現在以前是完全隱晦不明的, 因此對這個領域的瞭解是個巨大的進展, 在某種意義上, 是從全然的不瞭解邁入以我們瞭解 Verma modules 的方式, 也就是從基本的觀點來理解這個領域。然而, 接下來就是複雜的關於 Verma modules 的問題, 例如不可約 (irreducible) 事物的 character 公式, 這些完全不知如何下手的問題到了1970年代, Kazhdan<sup>6</sup>和 Lusztig<sup>7</sup>的工作告訴大家, 嘿, 我們可以做這些問題。

王: 你是指他們的猜想?

程: 猜想很快就完成了。

V: 我總覺得“Kazhdan 和 Lusztig 作出猜想而後由 Beilinson<sup>8</sup>、Bernstein<sup>9</sup>、Brylinski<sup>10</sup>

<sup>2</sup> Paul Joseph Sally, Jr. (1933- ), 美國數學家, 研究領域包含了 p-adic 分析與表現理論。

<sup>3</sup> Robert Phelan Langlands (1936- ), 數學家, 以 Langlands program 最廣為人知。

<sup>4</sup> Wilfried Schmid (1943- ), 德裔美籍數學家, 他的工作囊括 Hodge 理論, 表現理論與自守式。

<sup>5</sup> Gregg Jay Zuckerman (1949- ), 美國數學家, 發現 Zuckerman translation functors。

<sup>6</sup> David Kazhdan (1946- ), 俄羅斯和以色列數學家, 以表現理論的工作最廣為人知。

<sup>7</sup> George Lusztig (1946- ), 羅馬尼亞裔美籍數學家, 2008年以在表現理論的貢獻獲頒 Leroy P. Steele Prize 的數學終身成就獎。

<sup>8</sup> Alexander A. Beilinson (1957- ), 數學家, 研究工作包含表現理論, 代數幾何與數學物理。

<sup>9</sup> Joseph Bernstein (1945- ), 以色列數學家, 工作包含代數幾何, 表現理論與數論。

<sup>10</sup> Jean-Luc Brylinski (1951- ), 法裔美籍數學家, 以他與柏原正樹對 Kazhdan-Lusztig 猜想的證明最廣為人知。

和 Kashiwara<sup>11</sup>, 證明為實”這個陳述對 Kazhdan 和 Lusztig 並不公平, 這個證明當中有許多困難的步驟是他們二人完成的。長話短說, 他們的工作是他們猜想一些非常複雜的幾何物件 (geometric objects), 可以與表現理論中的東西相關, 這是他們猜想的部分, 然後他們做的是如何明確地、完整地計算這些非常複雜的幾何物件, 過去沒有人能夠對這些複雜的幾何物件做這樣的計算。而 Beilinson、Bernstein、Brylinski 和 Kashiwara 他們做的是證明這些複雜的幾何物件就是表現理論中的某些東西。數學世界裡充斥著定理說明兩個困難的問題彼此等價, 可是我們仍不能解決這些問題。就算沒有 Kazhdan 和 Lusztig 的猜想, 我認為這個等價的關係遲早會被證明, 因為它並不難, 但是接下來幾何物件的計算要難多了, 需要用到 Weil 猜想, 以及 Deligne<sup>12</sup>, 非常深奧的工作, 這些完全是 Kazhdan 和 Lusztig 的工作。

王: 你是指有關 Schubert varieties?

V: 沒錯。

王: Kazhdan和 Lusztig 的工作裡提到 D-modules 嗎? 它們扮演橋梁的角色?

V: 不, 連接表現理論和 D-modules 之間的機制十分巧妙但並不艱深, 這整個等價的構想很漂亮又強大, 不過不特別難, Weil 猜想就很難。

王: 同時, Beilinson 和 Bernstein 的論文一開始可說是一種宣告。你覺得呢? 他們之後花了 10到15年才寫出一個更完整而且結果更強的版本。

V: 我試著用過去理解表現理論的方法去理解他們的工作, 也就是說, 沒有人很懂, Beilinson 和 Bernstein 以幾何的術語針對不可約表現做分類, 爲了與古典表現理論有好的連結, 當中很重要的一件事就是必須瞭解 Beilinson 和 Bernstein 的幾何分類與 Langlands 10年前做的分類之間的關聯。Bernstein曾經告訴我這些都是很明顯的。我說:「非也。」他說:「想想主級數 (principal series) 的情形。」我回:「這我瞭解。」「那麼再想想離散級數的情形。」「這我也知道。」他說:「喔!」事實上, 他跟本不曾全盤仔細想過。在極端的情形, Langlands 的分類與 Beilinson 和 Bernstein 的分類只是以不同的方式去說同樣一件事, 但是兩者之間當中的情形一點都不明顯。它們是非常不同的敘述, 必須認真地做功課, 花些力氣去證明。所以有很多像這樣的地方需要釐清。

王: 那最終 Beilinson 和 Bernstein 的工作是在實約化群 (real reductive groups) 的層面, 而不只是 category  $O$ 。

V: 對。

程: 所以對你而言 Kazhdan 和 Lusztig 發表他們工作的那段時間是最有趣的嗎? 有許多事情

<sup>11</sup> 柏原 正樹 Masaki Kashiwara (1947- ), 日本數學家, 佐藤幹夫的學生, 與佐藤一起合作代數分析和 D-module 理論。

<sup>12</sup> Pierre Deligne (1944- ), 比利時數學家, 1978年獲非爾茲獎, 以在 Weil 猜想的研究工作最廣爲人知。

在那時候發生嗎？

V：對我來說是的。整個領域有了改變。看著這些發展既刺激又焦慮。在我開始前25年，大概是1950年到1975年，整個領域有非常大的進展，粗略來說大多是 Harish-Chandra<sup>13</sup>做的，我這樣說可能會得罪很多前輩，他做得比其他人要多。

王：你有和 Harish-Chandra 接觸的經驗嗎？

V：我曾遇見過他，他晚期的力作 Plancherel formula，工程浩大，是在1960年後期完成的，那是在我開始研究之前，之後在1970年代大概有半打以上的人也做了極大的貢獻，這比較有意思，許多人合力帶領一個領域前進發展是比較有意思的。

王：但是 Kazhdan-Lusztig 猜想的出現是個意外嗎？

V：完全在意料之外。過去那些問題看起來無可救藥地複雜。或多或少大家都知道怎麼手算那些東西，問題在於該怎麼把這些龐大又複雜的矩陣寫下來計算它們的秩。也許有些有理數矩陣的秩可以算得出來，例如計算  $SL(2, R)$  要使用  $1 \times 1$  矩陣，完全不是個問題。計算  $SL(3, R)$  也許要做  $5 \times 5$  矩陣之類，做得到只是有點痛苦。當遇到  $SL(4)$ ，天知道矩陣的大小會是10或20，看起來就是複雜到無望。Kazhdan 和 Lusztig 發現有很簡單的計算可以算出這些矩陣的秩。

王：甚至可以經由 Hecke 代數，這是純代數的方法，某方面說來是組合的方法。

V：沒錯。這些問題有如此簡單的答案真讓人震驚。不容易想出來但簡單易懂，可以說簡單到不行。

程：從你的話中我發現你覺得 Kazhdan 和 Lusztig 的發現是表現理論過去40或50年最令人興奮的一段時期。有沒有那麼久？

V：可以這樣說，那的確是一件很不可思議的事情，有那麼廣泛的應用，他們的概念可以應用在表現理論的許多面向。

程：我同意，就連李超代數也是。

V：沒錯。

王：我們（舜仁和我）學得很慢。拿到學位後，認為自己比較成熟了，再回頭看以前老師們的筆記，從你和 Lusztig 的工作中學習。我們發現可以用其他教授的筆記中的東西來做 Kac 的老問題。

程：做學生的時候，就算答案已經擺在面前，我們還是不懂。

王：的確不懂，做研究生的時候 Lusztig 對我來說高不可及。

---

<sup>13</sup> Harish-Chandra Mehrotra (1923-1983), 印度數學家，為表現理論奠下基礎，特別是半單李群的調和分析。

V：當然，MIT 大學部學生面臨的問題之一就是自我調整。進到 MIT 的學生在中學的時候都是頂尖的，到了 MIT 後，幾乎每個人都風雲不再。從最優秀的人貶為凡人這之間的調適是很複雜的。

程：我覺得你這樣說很有意思。在你的情況又是如何？

V：你指的是 Lusztig 吧。每天上班經過 Lusztig 的辦公室，我都想著“唉，我在這邊做什麼？”不過，我可以在大學生因為比不過同學而感到挫折的時候這樣告訴他們，即便你不是最聰明的，但這種事沒辦法知道，因為那些在班上表現得比較聰明的並不一定就是最優秀的學生。就算你比其他人都笨，也應該想著“你可以做數學或其他有意思的事。”

蔡：就連研究生也是。

程：的確。

V：沒錯。

王：MIT在表現理論有悠久的傳統，這麼多大咖同在一個屋簷下，關係複雜嗎？

V：哦，我們都是好朋友。不過，每個數學系都有它的政治結構，決定聘人的方式等等。MIT 的結構取決於表現理論，因為 Irving Segal<sup>14</sup> 是系裡的資深的教授，系務會議的討論或投票，每個人都有發言的權利，Segal 教授當然也有發言的機會。所以必須要有一個不必經由系務會議的決策體制避免這類的問題。

王：所以他在你們就得聽他說話。

V：大概是那樣。因為曾經是 MIT 的學生，直到現在我多少總還覺得自己是個學生。但這樣非常好，因為你能丟出去的任何問題，總有人回應有趣的想法。有的會告訴你去哪邊查資料，或是為什麼這個想法很笨，或是你可以怎麼換個方式把問題變得更有意思，這是非常美妙的一件事。學會用圖書館是很重要的，但在 MIT 我一直沒學會，直接問人比起到圖書館有趣的多了。讀懂教科書中一段寫得很差的定義或是義大利文的什麼結果要花很大的力氣，但只要開口問，就可以得到很精采的答案。

王：所以你去訂正某些教科書，這是我從你的網頁上發現的。在自己網頁訂正別人寫的書不太尋常。

V：我這樣做是有點不大好。

王：不，那不是我的意思。那些書都是大學或研究生的教科書，有些是明顯的錯誤，有些不那麼明顯。

蔡：記得有一次我去 MIT 訪問，Vogan 教授在他人的課堂裡問了一些很好但是不容易回答的

---

<sup>14</sup> Irving Ezra Segal (1918-1998)，美國數學家，以理論量子力學的工作最為人所知。

問題，其中的一個問題，有人說那是一本書裡的敘述所以一定是正確的，你馬上說那本書是錯的。

程：我也記得有次上你的課，提到很有名的 Demazure character formula，你的評語徹底的把我嚇到，這裡就不複述了。

王：他在 *Inventiones*<sup>15</sup> 上刊登的第一個證明是錯的，有個落差。

V：念數學學到的一件事就是，讀書或聽演講時要試著檢視每一個敘述是不是有錯，為什麼有些不對勁，這也是瞭解的過程之一，因為要能找出錯來才能瞭解為什麼這個敘述是正確的。當然，如果把這個技巧用到數學之外的生活中就危險了，談天時吹毛求疵地挑人語病就不大好，起碼跟家人不能如此。

程：至少不能跟太太這樣。

蔡：你對有興趣研究李群表現理論的學生有什麼建議？畢竟這是出了名困難的領域。

程：是惡名昭彰的難，但是人才濟濟。

V：我也不知道。只需要找到對你而言最有趣的，不必管是什麼數學，因為對每個人而言有趣都是不同的，但 這個數學必須要有趣到讓你情不自禁地沉迷其中，這樣就好了。

王：我看了不少關於 Harish-Chandra 的東西，但從來沒有機會遇見他。他從物理轉到數學，開始做實約化群的表現理論讓這個領域有了革命性的改變。他一直覺得只要幾年就可以把它做完，然後改做其它的東西，沒想到一做二十多年，甚至有點小小的罪惡感，後來又做了 discrete series 等等，寫了一系列的文章，每一篇都在前一篇的基礎上往前推進。如果把這個與你做的 unitary dual 相提並論你覺得公平嗎？你開始做的時候，是不是認為很快就可以做完？

V：實際上有兩件事，第一件是有關老師的故事，當我還是大學生的時候影響我最大的老師是 Paul Sally。他是第一個把我帶入表現理論的人。所以，我在 MIT 跟 Kostant 做表現理論。我證明了一些代數表現理論的東西，自認很滿意，回去告訴 Paul Sally，他說：「嗯，那它說明了 unitary representations 的什麼？」答然是幾乎沒有。他絕對是正確的，因為 表現最初的問題就是為了瞭解 unitary representations 並做調和分析的問題。玩這些代數的東西可以，更重要的是莫忘初衷。改變主題當然沒有問題但應該是有所為而為。我花了太多的時間，其他人也花了很長的時間。但只要找出一個有趣的答案這些都不是問題，因為一直有新的東西需要理解也就有有趣的數學可做。對稱群的表現理論已經發展了一百多年，我們還是不停的發現新的東西以及新的方式去理解它，這是很美妙的。

王：所以，是否對完成 unitary dual 分類問題表示樂觀？

<sup>15</sup> *Inventiones Mathematicae*, 有名的數學期刊, 由 Springer Verlag 發行。

V: 我也不知道。我甚至不肯定自己真的樂觀過。這有點像是 Kazhdan 和 Lusztig 的猜想, 在他們的猜想之前, 有例子顯示這些問題的答案很複雜, 用任何直接計算答案的方法都很困難, 頗讓人洩氣, 覺得不會有任何有意思的答案。unitary representations 也是如此, 是有例子與局部的結果顯示這個問題的答案極其複雜, 即使是簡單的例子也很難破解, 挫折總是多過鼓舞。

程: 你今天的演講<sup>16</sup> 給我的印象是這事短時間內還無法結束。

V: 沒錯。我今天講的是一種計算答案的方法, 但是真正須要的是瞭解答案的有趣的性質。在小學的時候你學會分辨質數的算法, 知道怎麼檢驗一個數字是不是質數, 這就可以了。但真正的故事才要開始, 還可以問許多有趣的問題, 可以試著分析質數的算法以及挖掘更多有關質數有趣的地方。

蔡: 你可以跟我們談談過去幾年你參與的 Atlas<sup>17</sup>計畫嗎?

V: 這個計畫是由馬里蘭大學的 Jeff Adams<sup>18</sup> 發起的。我在1980年的一篇文章裡半開玩笑地提到可以經由有限計算算出約化群的 unitary representations。雖然可行, 但是計算量大得難以控制。如我所說, 在 Kazhdan 和 Lusztig 的文章之前, 這肯定是辦不到的。但是文章發表後大約10或15年, Jeff 說現在電腦比以前快很多, 而我們對數學的瞭解也更多了, 是不是可以做些什麼? 起碼我們可以針對這個問題寫一個程式。他找了一位令人驚歎的數學家兼程式達人 Fokko du Cloux 著手寫這個程式。他召集了15到20位的數學家聚在一起討論這個問題, 解釋哪些數學需要寫入程式中, 以及程式應該如何處理這些數學, 在這個轉化數學為程式的過程中產生了許多非常有用的東西。數學中有許多帶點模糊或不確定的東西, 在寫成電腦程式時是不被允許的, 你必須真正確實地瞭解所有的符號及其所代表的意義, 所以 Fokko du Cloux<sup>19</sup> 把這些弄得非常清楚。過程中, 他必須大量閱讀, 例如1950年 Kostant 有名的一篇關於實半單李代數中卡當子代數的分類的論文<sup>20</sup>, 由於這個程式要做的事情之一就是分類, 所以他讀了這篇文章, 發現二、三個小筆誤, 通透地瞭解了這篇文章, 我認為某種程度來說比 Kostant 更甚幾分。這樣的事也一再發生在我身上, Fokko du Cloux 比我還瞭解我的數學。他訂正了不少地方, 也讓我更為清楚, 透過編寫程式讓我們對數學瞭解地更好。做數學時時時刻刻有人在旁討論, 是莫大的樂趣, 我希望每一位數學家多少都能有這樣的體驗。

<sup>16</sup> 2010年在台北表現理論研討會所發表的演講, 標題“Signatures of Hermitian forms and unitary representations”。

<sup>17</sup> Atlas of Lie Groups and Representations, calculate the characters of the representations of  $E_8$ , its official website is <http://www.liegroups.org/>

<sup>18</sup> Jeffrey Adams (1955- ), 美國數學家, 研究工作包含 unitary representations of reductive Lie groups, “Atlas of Lie groups and representations”計畫領導人。

<sup>19</sup> Fokko du Cloux (1954-2006), 數學家, 出生於荷蘭工作在法國, 致力於 Atlas of Lie groups and representations 直致逝世。

<sup>20</sup> Kostant, Bertram, *On the conjugacy of real Cartan subalgebras*, I. Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A. 41 (1955), 967-970.

蔡：這個小組還有碰面嗎？

V：或多或少。過去一年大概二到三次，目前大概一到二次。

王：你覺得是以一定的速度持續進展，或是加快、還是放慢了？

V：Fokko du Cloux 過世後，肯定是變慢了。現在程式由 Marc van Leeuwen<sup>21</sup> 接手。接續編寫一件複雜的數學軟體好比接手一篇他人寫了一半的論文，困難度是難以想像的。Van Leeuwen 爲了完全掌握原先 du Cloux 寫好的程式碼下了很大一番功夫，把原本的程式碼徹底弄懂之後，他才開始著手繼續編寫，也改寫增續了好大一部分，其中有許多步驟是依循今天演講中提到的演算法來設計。我希望明後年他可以寫出一個計算 unitary representations 的程式，起碼是這樣計畫的。

王：幾年前 Kazhdan-Lusztig polynomials  $E_8$  上了頭條。

程：還上了些雜誌，是時代雜誌嗎？

V：有各式各樣的報導。我兒子那時候在非洲工作，寄給我一封電子郵件說：「你剛剛上了 BBC。」

蔡：前一陣子，Vogan 教授傳了一些照片<sup>22</sup> 給我，是紐約時裝模特兒穿著以 Stembridge  $E_8$  圖樣<sup>23</sup> 設計的衣服。

V：沒錯。

王：有專利嗎？

V：我覺得是因爲 John Stembridge<sup>24</sup> 的圖才讓  $E_8$  廣爲流傳。19 世紀時的一位數學家 Gosset<sup>25</sup> 已經知道你提到的八維裡  $E_8$  根系的幾何圖形。Coxeter<sup>26</sup> 不但知道還放在他 Regular Polytopes (Macmillian Company, 1963) 的書裡。他讓跟他合作的數學家 Peter McMullen<sup>27</sup> 把這個八維的 polytopes 投射成二維的圖形，結果很漂亮。John Stembridge 是個非常聰明的人，把這個圖形上色做成 postscript 檔，益發出色，因此很多報紙想把這個圖案擺到他們的網頁上。

王：圖形的美連模特兒都欣賞。

程：就在幾天前我讀了你的 *Cohomological Induction and Unitary Representations*<sup>28</sup>，大

<sup>21</sup> Marc van Leeuwen (1960- )，荷蘭數學家，李代數與表現理論 Atlas 計畫的成員。

<sup>22</sup> 搜尋穿著“ $E_8$ ”圖樣的服裝模特兒可以使用關鍵字“Threeasfour Spring 2009”。

<sup>23</sup> Stembridge 的照片可以在 Trendmill 網站 <http://trendmill.com/editorials/1091-threeasfour-spring-2009> 看到。

<sup>24</sup> John Stembridge, American mathematician, professor of University of Michigan, works on algebraic Combinatorics. 美國數學家，任教密西根大學，主要研究在代數組合方面。

<sup>25</sup> William Sealy Gosset (1876-1937)，英國統計學家，筆名爲“Student”並以在 Student's-distribution 的工作最廣爲人知。

<sup>26</sup> Harold Scott MacDonald Coxeter (1907-2003)，數學家，被視爲 20 世紀最偉大的幾何學家之一。

<sup>27</sup> Peter McMullen，數學家，研究包含 convexity 與一般多胞形。

<sup>28</sup> Anthony W. Knap & David A. Vogan Jr., *Cohomological Induction and Unitary Representations (PMS-45)*, Princeton University Press (1995), ISBN 9780691037561.

約900頁的書。能寫出這樣的鉅作讓我不得不佩服。你花了多久的時間寫這本書？

V：一位不在 MIT 任教的同行寫信給我：「這麼長的一本書，你們寫得還不夠深入，對吧。」書是 Knapp<sup>29</sup> 執筆的，我逐字讀過，但他才是那個做了所有工作的人。

王：花了多長的時間？

V：他到 MIT 訪問一年，主要的工作就是寫這本書。

王：一年900頁。

V：那年前後他都做了些工作，主要的部分在那年裡完成。

程：校對900頁的書一定是很龐大的工程。

王：目前為止你網頁上的勘誤只有三頁，相對於900頁的內容少得可以。

V：我們還得了獎<sup>30</sup> — 出版業的科技出版排版獎之類，我不很確定。但這一切也都是 Tony 的功勞，因為 Tony Knapp 編排製作這本書的所有 TeX 檔案。所以完全是他的付出。

王：從當學生開始，我們就感覺實約化群領域充滿慷慨與人分享的精神，與其它我們比較熟悉的領域不同。因此，在這些領域的學生有時會希望轉入其它領域，但，unitary dual 的威名讓人卻步。

V：很久以前有一次我參加一個會議，晚餐之後跟 Tony Knapp 同行，我說：「這樣的日子真是不錯，可以跟朋友一起參加會議然後一起討論有意思的工作，晚上還一起分享如此美妙的時光。」他看著我：「我並不是一直都有這樣的經驗。」所以我想某方面來說，實群表現理論，在1970前可能比較像是你說的其它領域。其實，曾經有次我去參加會議，有個非表現理論的同事去聽了其中一場演講，他說：「剛剛血流滿地，在代數幾何我們不做這樣的事。」

王：我聽說過不少代數幾何的佳話，主導的人很大方所以整個領域非常友善。我想帶頭的的行爲舉止有很大的影響，這就是以身作則。你寫過幾本書？還在寫嗎？

V：這樣說吧，有三本是我自己執筆的。

王：三本都是你一個人寫的吗？

V：不一定是單一作者，但是我是執筆寫稿的人，加上跟 Tony 合作的那本，一共四本。有些書，雖然我名列編者，但都是他人的功勞。

王：你的老師 (Bertram Kostant) 剛好相反，似乎一本書都沒出過。他寫過很多長的論文。

V：不一定要出書。他寫了數量龐大的論文，我認爲 Kostant 的論文很優美，可以隨時拿起來閱讀。

---

<sup>29</sup> Anthony W. Kanpp, 美國數學家，將單李代數的 tempered 表現分類。

<sup>30</sup> 1996 Associate of American Publishers Award for Best Professional/Scholarly Book in Mathematics.

程：比有些書都好。

V：不錯。

王：同感。就算是100頁的論文，如果願意花上一、二天的時間可以從頭到尾一氣呵成看完。

V：很值得看，因為有很多很棒的想法。

王：的確是，affine 代數裡到處都是他的想法。我有些忌妒“早期進入這個領域的人，把”容易“的問題都做光了”，但這說法不甚公允，那些雖然容易卻很重要。

蔡：1996年 Tony Knapp 用了 Vogan 圖這個名詞，但我發現你不大愛用這個說法。

V：因為在我使用之前就存在了，Sugiura 用過。1960年代就有好幾個人用過，那時我還在上小學呢。所以我並不是發明者，Arnold原理“數學裡的命名沒有一個是以原創者來命名的”，在這裡也可以適用。

王：有一次在 Max-Planck Institute 聽 Arnold 的課，他剛好講到這個原理和一些其它的事情，Hirzebruch<sup>31</sup> 也在那裏，一臉無辜地問：「那就是所謂的 Arnold 猜想嗎？」Arnold 點頭。「是你的猜想嗎？」Arnold 愣了一、二分鐘才回過神來支吾含糊帶過。後來他聲稱立規則的人不在此規則的適用範圍之內。

王：你寫了這麼多書，背後一定有些原因，你覺得闡述介紹一個領域很重要嗎？

V：絕對。每一本書都集合了我想要闡述的構想。

王：抱歉，這樣問好了，早期你的作品比較像是專題論文而不是概述 (expositions)。

V：某種程度上來說，很多這類文章的結構都類似於研究論文，但是一旦文章的長度超過200頁以上，就不再合理。事實上，我正在寫關於 unitarity algorithm 的論文，還不到一半，稿子已經超過100頁，不知道這會不會又變成一本書。

王：我想每位作者有自己的做法。我聽過一個關於 Harish-Chandra 的故事。有俄羅斯人發現他的論文長度幾乎都是55頁，覺得很好奇，猜想 Harish-Chandra 大概已經完成後續內容或知道將有什麼結果，所以將一部分保留。

V：有關 Harish-Chandra 的故事太多，其中一個是他幾乎把所有做過的東西都寫成手稿。如果是他研究計畫中證明 Plancherel formula 有關的部分，他就打字投稿；如若不是，就躺在抽屜裡。這樣做沒什麼不好，只是當有人來跟他說：「讓我告訴我我做的一些結果」，Harish-Chandra 就會打開抽屜，找出手稿。這樣就不好了，如果你決定不發表成果，當有人告訴你他發現了一些新的東西，你不能把手稿拿出來說你早做過了。

王：你做過類似的事情嗎？只發表 unitary dual?

---

<sup>31</sup> Friedrich Hirzebruch (1927- )，德國數學家，是他那一代的領導人物，研究內容包含拓樸學，complex manifolds 和代數幾何。

V: 我確定所有我對其他人的批評, 我自己也有份。

王: 我說的不是那個。你是不是因為也有一抽屜的想法, 所以有這麼多學生?

蔡: 到現在為止你是不是已經有40位學生了?

V: 應該是少於30。Victor Guillemin<sup>32</sup> 比較多。

王: 但平心而論他比較年長。

V: 當學生的時候, Victor Guillemin 年紀比我大。不知怎的, 年歲漸長, 我們兩人之間的差距就越來越小, 現在他幾乎不比我年長。

王: Guillemin退休了嗎?

蔡: 不, 我聽說他今年(2010年)都還有學生畢業。

V: 我想這消息沒錯。他的確還沒退休, 也的確是一個很有意思的說話對象。

王: 我記得你說過”基本上, 在物理多一個學生, 就等於多一篇論文; 在數學, 多一個學生等於少一篇論文。”

V: 我聽過這句話。我會有這麼多學生, 實際上是因為我有些非常好的學生。我帶過好幾個非常好的學生都很擅長講解數學, 於是我馬上就又多了五、六個學生, 因為可以去找這些非常擅於講解的學生學習。大概10年前, 我有個學生叫做 Peter Trapa<sup>33</sup>, 因為他人好又大方願意講解給其他人聽, 所以一下子, 我就多了許多學生。

王: 你現在有幾個學生?

V: 我沒記錯是三個, 真糟糕竟然沒辦法馬上回答這個問題。

王: 當學生的時候, 我發現你回答問題都會停頓一下。有時候我甚至懷疑是因為你想得太快, 爲了不想讓對方難受, 只好把速度放慢一些。

V: 你一定聽過這個數學家與熱氣球的故事。

蔡: 沒有。

V: 天上有個熱氣球, 裡面的兩個人在雲中迷失方向, 不知道自己在哪裡。突然, 他們透過雲層的空隙看到地上有人, 於是大喊:「我們在哪裡?」等了很久, 最後聽到「你們在熱氣球裡。」熱氣球裡面的一個人就跟他的朋友說:「下面的人一定是個數學家。」「你怎麼知道?」第一, 回答問題要想老半天; 第二, 答案完全正確; 第三, 答案徹底不管用。所以我也努力把這個當成是我回答問題的準則。

蔡: 昨天你提到當 MIT 的系主任的問題是要進一步改善很不容易, 但要砸鍋很簡單。你當系主任

<sup>32</sup> Victor Guillemin (1937- ), 美國數學家, 辛幾何的領導者。

<sup>33</sup> Peter E. Trapa, 美國數學家, 研究領域爲表現理論與約化李群。

任的時候有好玩的故事或是成就嗎？

V: 如同我說過的, 當 MIT 系主任是一個只會失敗, 不會成功的任務。我的失敗之一就是在我任內 Mike Hopkins<sup>34</sup>被哈佛挖角。還有, 那時候爲了說服院長數學系的空間不夠, 我從大辦公室搬到小辦公室, 因爲沒有多餘的空間, 所以我的舊辦公室就給了新聘人員。從系主任退下來後, 新的系主任又分配一間大辦公室給我。不過爲了提醒我的失敗, 他給我的辦公室就是過去 Michael Hopkins 的辦公室。

王: 我記得你參選美國數學學會會長, 跟你對研究到教育的認知有關, 詳細情形如何？

V: 我從來沒想過要當 MIT 的系主任, 也不想當美國數學學會的會長。但是有些事總得有人去做, 我願意盡力去做。我甚至不確定自己是否有能力承擔這些任務。我可以報出一串認爲我沒把系主任做好的人名。但如同我所說, 有些工作一定要有人做。美國數學學會對數學有重要的貢獻是很清楚的, 也許最重要的是出版數學評論 (math review)。出版工作是美國數學學會非常重要的一部分, 不過重要歸重要, 卻不是不可取代的, 如果停掉, 世界上還是有其它的數學出版; 另外, 美國數學學會舉辦的會議也有非常寶貴的貢獻, 所以我覺得是個很重要的組織, 我希望它可以成功地繼續下去。如果可以什麼事都不必做, 只坐著與人談論數學是好的, 但這代表其他人要去做行政與組織的工作。所以 如果可以, 我會分擔一些工作, 就像在學生餐廳吃飯, 飯後把髒碗盤收拾好, 只是盡應盡的本分。

程: 從你說的這些東西我學了不少, 這是個很有意思的訪談。

V: 謝謝你們的接待, 我想這只是一個小小的回報。

王: 對年輕的學生, 聽不同的數學家的不同的觀點是很有趣的事情。直到現在我對閱讀這類的東西都一直很感興趣。

程: 我同意。我的確是學了不少。

—本文訪問者程舜仁任職中央研究院數學研究所, 蔡孟傑任教國立清華大學數學系, 王偉強任教 University of Virginia 數學系, 整理者陳麗伍爲中央研究院數學研究所助理—

---

<sup>34</sup> Michael Hopkins (1958- ), 美國數學家, 以拓樸的研究聞名。