

## 有朋自遠方來——專訪

### Mourad Ismail 教授



策劃：劉太平

訪問：劉太平、吳德琪、李志豪、陳麗貞

時間：民國 101 年 11 月 27 日

地點：中央研究院數學研究所

整理：陳麗伍、萬萑韻

Mourad E. H. Ismail 教授 1944 年出生，成長於埃及開羅，1964 年開羅大學理學學士，1974 年加拿大阿爾伯塔大學博士，2003 年起任教中央佛羅里達大學，主要研究領域包含數學物理、正交多項式和特殊函數，在正交多項式中有多項發現。重要出版品包含 2005 年劍橋大學出版社出版的 Classical and Quantum Orthogonal Polynomials in One Variable 專書。

劉太平 (以下簡稱「劉」): 首先，謝謝你來。你已經來過台灣幾次了，對嗎？

Mourad Ismail (以下簡稱「I」): 這是我第四次來台灣，台灣是很有意思的地方。

劉: 也許我不該提到這個，不過你是我們訪問的第一位原籍阿拉伯國家的學者，當然你現在是美國的數學教授。不過我還是要問你：你在埃及的成長過程如何？

I: 開羅大概在 1000 年前建城 (西元後 969 年)。我成長的地方是開羅非常古老的一區，大概有五、六百年的歷史。歷史的遺跡不停地提醒著過去，我們總是希望現在或未來可以像過去一樣輝煌。因此對悠久歷史的驕傲混雜著對現狀的不滿。中學的時候，蘇聯剛好發射史普尼克 1 號 (Sputnik 1 是第一顆進入地球軌道的人造衛星)。突然之間，大家對科學非常熱中。我在這個氛圍下進入開羅大學。那裏有好幾位有意思的數學家。但是因為大環境經濟不佳，其

中一位教授就去了美國的石溪大學 (Stony Brook Univeristy)。他家祖上好幾代都是埃及人。他是科普特人<sup>1</sup>，不像大部分人是穆斯林<sup>2</sup>。他是我遇過最傑出的人之一，非常親切而且認真的數學家。

劉：他的名字是？

I：Raouf Doss<sup>3</sup>。他的兒子是統計學家 Hani Doss<sup>4</sup>，是 Persi Diaconis<sup>5</sup> 在史丹佛的學生。我跟 Diaconis 聊到我的老師時，他說“哦，我教過他的兒子。”

劉：世界真小。

I：的確。那時候還有另一位教授離開開羅大學數學系去為聯合國工作。1960年代，開羅大學是個很有趣的地方，後來軍事強權導致經濟崩壞，直到最近十年才開始復甦。圖書館變好。大學教育也在提升。希望我們可以看到更多的發展。

劉：所以你的家庭背景不錯。

I：可以這樣說。我住的那區有個很大的優點，它離國家圖書館只有300公尺遠。當我10或12歲的時候，夏天都在國家圖書館度過。不是因為我想看書，而是因為夏天只有那裡有吊扇。但在那裡總得找些事做，就這樣我開始念很多的東西，很有趣的經驗。埃及國家圖書館運作的方式與這裡的圖書館不同。埃及圖書館一進去就是參考資料區，如果想看任何書，都要由館員把書從書庫拿出來，這個過程大概要花半小時到一個小時，這段時間就要找些事來打發，於是我看百科全書，放在參考資料區的書。這讓我養成易於專心與閱讀的好習慣。其實最主要是在夏天可以離開炎熱的公寓。

劉：你也可以去沙灘，但你選擇了圖書館。

I：不，那時候的開羅沒有沙灘。我們在沙漠之中，尼羅河很棒，但是不能下去游泳，水流太快了，尼羅河很大。

劉：你父親的職業是？

I：他為電影公司工作，不過不是從事電影事業。他的工作是電影捲盤的派送，確認電影被送到正確的電影院並且按時回收。

劉：你提到圖書館可以讓你專心，我倒覺得是因為你能夠專心，所以才會去圖書館。不管如何，你怎麼決定做數學？

---

<sup>1</sup>Copts 科普特人，埃及的基督徒，是當代埃及的少數民族之一。

<sup>2</sup>Muslim 穆斯林，對伊斯蘭教的信徒之稱呼，中文亦稱為回教徒。

<sup>3</sup>Raouf Doss，埃及數學家，研究領域包含邏輯，調和分析 and 拓撲學。

<sup>4</sup>Hani Doss，美國統計學家，研究興趣包含貝葉斯統計 (Bayesian Statistics)。

<sup>5</sup>Persi Diaconis (1945~)，美國數學家與前職業魔術家，以挑戰含有隨機性的數學問題而為人所知。

I: 是因為史普尼克1號。1950年代末與1960年代初, 美國與蘇聯有很多關於太空時代、人造衛星發射、科學展望的文宣。我常去開羅的美國文化中心與蘇聯文化中心。他們有很多關於科學、太空、探險、天文等等的教育電影與書籍, 非常讓人著迷的時代。

劉: 那年代埃及與美國跟蘇聯的關係好嗎?

I: 主要是與蘇聯, 與美國的關係則在走下坡。那時候, 蘇聯對第三世界國家 (未開發國家) 比美國友好。另外, 我念大學的時候, 有一些俄文書翻譯成英文, 英文版的價錢對我來說非常昂貴。但是蘇聯的書有法文版賣到第三世界國家。如果懂得法文, 就可以用每本一、二塊錢的價格買到這些書, 而英文版的要價四十塊錢 (那時候一般人每月平均收入大約六十塊錢), 這些法文書就是我大學時用的書, 它們是當時最好的數學書。1950 和 1960 年代的蘇聯可是很了不得的。

吳德琪 (以下簡稱「吳」): 請定義“特殊函數 (special functions)”。

I: 要給定義非常困難。特殊函數是一些在應用中不停地出現的特定函數, 不一定都是由數學家發現, 例如貝索函數 (Bessel functions) 就是由天文學家 Bessel<sup>6</sup> 所發現的; 其實尤拉<sup>7</sup> 就研究過這個函數, 會冠上貝索這個名字是因為 Bessel 發現很多這個函數的性質。這些函數出現在理論也出現在應用領域中。一旦需要知道更深入的細節就會有人去研究它, 所以真的沒法定義特殊函數; 任何人都可以給你一個不見得會引起他人關注的函數。它是一組不停地在理論或是實際應用問題中重複出現的函數。很多新的特殊函數出現在表現理論中, 例如量子群 (quantum group) 的表現就用到1980年代才發展出來的函數。特殊函數是可被共通使用的東西, 因此大家研究它們。

吳: 可以請你聊聊特殊函數與微分方程, Painlevé 離散方程 (discrete Painlevé equations)、q-微分方程 (q-difference equations) 與可積離散方程 (discrete integrable equations) 的關係嗎? 你透過正交多項式 (orthogonal polynomials) 介紹了這些函數。

I: 我認為自然出現的東西, 一定會觸及很多其它的事物。如正交多項式理論的發展是從很多不同觀點衍生出來的, 但它與可積概念和 Painlevé 離散方程等等的關聯是晚近1970年代才發現的。這個主題已經有三百年的歷史了, 三十年比起來實在不長。這是個令我非常感興趣的新興領域。我個人非常關注它在其他領域的應用, 你會感到驚訝: 有那麼多東西與正交多項式和特殊函數有關。我常瀏覽科學引用文獻索引 (science citation index), 看看像 Askey<sup>8</sup> 和 Andrews<sup>9</sup>, 還有很多跟我同世代的人, 他們的文章被引用的情形。我看這些文獻被引用在哪, 有些引用它的科學領域你可能連想都沒想過。物理可能跟數學很接近, 但有些電機工程領域的也引用 Askey 的文獻。知道自己從事的領域可以用在哪裡, 這是很重

<sup>6</sup>Friedrich Wilhelm Bessel (1784-1846), 德國天文學家與數學家, 是現代高斯, 小行星貝索 1552 就是以他為名。

<sup>7</sup>Leonhard Euler (1707~1783), 瑞士數學家 and 物理學家, 近代數學先驅之一, 引進許多數學術語和書寫格式, 在多個數學領域都做過重大貢獻。

要的, 這樣才可能與那個領域的人互動。

劉: 有些特殊函數被用到特殊的領域上, 是因為這樣能更簡潔地呈現, 也更容易應用?

I: 當我在做博士後的時候, 有位叫 Thomas Nagylaki<sup>10</sup>的, 他在威斯康辛大學的數學研究中心。他研究遺傳的數學理論, 有個邊界值問題 (boundary value problem), 牽涉到  $n$  個變數的 Laplace 算子 (Laplacian)。他研究的遺傳問題可以化約為探討 Laplace 算子的特徵值 (eigenvalue) 是否是維數 (dimension) 的單調函數 (monotone function)。他試著去做, 一維、二維、三維試著畫出特徵值的圖形, 看來像是他要的結果, 但是要證明卻非常難。難是因為維度是離散變數 (discrete variable)。如果寫下式子和細節, 然後把維度看成連續變數, 它其實是貝索函數的序數 (order), 那就變得相當簡單。所以最終我和 Martin Muldoon<sup>11</sup> 就這樣把問題解決了。

問題是要和不同領域的人交流, 不一定直接做原來的問題, 而是將原問題稍作變更, 把離散變成連續, 就容易了。事實上如果你看看那個證明, 在離散變數的情況它是不成立的。重要的是它是連續的, 因為你要做圖而且要稍稍移動圖形。回想起來這是一件美好的事, 而且也是一個很好的數學問題。遇到應用問題, 有自己的看法是很重要的。只要能與問題相容, 不需要把它提到很高的層次。我最近才跟 Thomas Nagylaki 聊過, 他又有個新的問題。

李志豪 (以下簡稱「李」): 你在哪裡做博士後?

I: 我在威斯康辛大學的數學研究中心做了一年博士後, 多倫多大學也做了一年。

李: 你的法文是在哪裡學的?

I: 我在中學學了三年的法文跟六年的英文。

李: 那之後就可以讀法文的數學書?

I: 事實上, 我在中學的時候法文說的很流暢, 現在都丟了, 已經不行了。那個法語課程可是很好的, 可以念法文書是很大的優勢。順帶一提, 我從一些其它國家的朋友, 例如阿根廷, 知道他們也讀這些蘇聯來的書。

劉: 蘇聯是有計劃地出版那些書。

I: 他們把英文翻譯版賣給美國與英國的出版商, 但是另外出版西班牙文、法文與其他語言的版本。他們也出了阿拉伯文版, 但是大部分是像列寧<sup>12</sup> 文選這類的書, 我也有一本這樣的書。

吳: 請你談談研究特殊函數的方法。

I: 它的迷人之處在於它並沒有固定的技巧; 涉及的面向太廣了。舉例來說, 古典分析的方法是

<sup>10</sup>Thomas Nagylaki, 芝加哥大學名譽教授, 研究群體遺傳學 (theoretical population genetics.)

<sup>11</sup>Martin Muldoon, 數學家, 研究興趣包含特殊函數和正交多項式

<sup>12</sup>Vladimir Ilyich Lenin (1870~1924), 俄羅斯共產革命家, 蘇聯建立者和第一位最高領導人。

複變函數，但也有用群表現 (group representations) 或是代數的方法。這完全取決於想要做什麼。如果想要做加法定理 (Addition Theorem)，用群理論一定方便的多。也可以用解析的方法證明，不過不會像用群理論那樣自然。組合與正交多項式也有聯結，有許多計算的技巧。事實上法國的 Viennot<sup>13</sup> 就發展出正交多項式的組合理論。他有本講義，雖然是法文但還可以看得懂。他用所謂的 Moskin paths 來解釋其係數，所以你想做什麼就找合用的技巧。

劉：你怎麼看待特殊函數的地位？就如你說，它涉及很多不同的主題，就這點來說，說不定要超過許多其它數學的分支？

I：我可以說件與你的問題相近的事。1970年代，曾經有人試著要出版特殊函數的期刊，Askey 做為當時在特殊函數的年輕一代的領導人卻非常反對，原因是 如果出了這樣的期刊，其它領域的人就不會看你的論文了。同時你也不會像以前一樣看很多其它的期刊，只看自己領域的論文，這對特殊函數這個領域來說不是件好事。 你希望其它領域的人會來看你的文章，而你也想看他們的文章；所以最好不要有特殊函數的專屬期刊，這是他的想法。當然，不是每個人都贊同這個想法。但他對我們那世代的人影響非常大，所以大致來說我們都跟隨了他的想法和做法，包括他的許多個人的見解，我是同意他這個論點的。

劉：我還記得 Louise de Branges<sup>14</sup> 用特殊函數證明了比貝爾巴赫猜想 (Bieberbach conjecture)。當然特殊函數已經存在好幾世紀了，但那時，人們才注意到特殊函數起了關鍵性的作用。我聽說當他做出來時，因為過去的可信度受質疑，人們不相信他，我們數學所的前所長，樊畿<sup>15</sup> 先生，跟他說：「你現在必須去聖彼得堡，那裡有很多專精複變函數論 (complex analysis) 的學者；如果他們認可，我們就相信你。」所以他就去了。你願意說說有關解比貝爾巴赫猜想的事嗎？

I：這是 Askey 和 Gasper<sup>16</sup> 的一個不等式。Askey 一直要 Gasper 證明幾個涉及某些超幾何函數的不等式。這個不等式主要是從調和分析 (harmonic analysis) 來的，很多其它的不等式也是從調和分析來的。Askey 認為這是值得做的事。為什麼會那麼認為呢？他有這個直覺，而且總是對的。所以他知道這是該做的事而且會有用。至於到底用到哪裡，或誰會用，他並不知道。後來 de Branges 去找 Gautschi<sup>17</sup> 用數值來佐證他的猜測。Walter Gautschi 驗證了，之後 Gautschi 打電話給 Askey：「你知道這個嗎？」de Branges 原本寫出來的樣

<sup>13</sup>Xavier G. Viennot (1945~)，法國數學家，法國國家科學研究院榮譽研究主任，研究組合數學在純粹數學和應用數學的互動與應用，資訊工程及物理。

<sup>14</sup>Louise de Branges de Bourcia (1932~)，法籍美國數學家，最著名事蹟為其於 1984 年證明了長久以來的比貝爾巴赫猜想 (Bieberbach conjecture)，現稱德布蘭傑定理 (de Branges's theorem)。

<sup>15</sup>Key Fan (1914-2010)，華裔美國數學家，1964 年被選為中研院院士，主要貢獻在運算子 (operator) 和矩陣理論 (matrix theory)、凸分析 (convex analysis)、不等式等。

<sup>16</sup>George Gasper，數學家，研究特殊函數，以正交多項式和基本超幾何級數 (basic hypergeometric series) 尤要。

<sup>17</sup>Walter Gautschi (1927~)，瑞籍美國數學家，以對數值分析之貢獻聞名。

子與 Askey 的並不完全相同, Askey 想了一下, 然後回電:「我們證明過這個, 這是已經知道的。」Askey 接著說:「但我不認為 de Branges 的證明是對的。」Gautschi 問:「為什麼?」Askey:「因為這是一個實變數的不等式。你要怎麼用它來證明複變數的結果? 這不合理。」當然最後事實證明 de Branges 是對的, 而且那正是他要的不等式。結果應驗了 Askey 對這個不等式將會有用的預言。

劉: 真美的故事。

I: 你提的可信度問題源於 Askey 認為 de Branges 對這個不等式應該是問對了問題, 但他不能用它來證明比貝爾巴赫猜想。

劉: 所以 Askey 在正反兩方面都扮演了很好的角色。

I: 許多我這個世代的人多年來都在做 Askey 提出的問題; 或合作, 或單打獨鬥。Askey 會在課堂上提出猜想。就我個人來說, 記得他曾在課堂上提到 1884 年 Stieltjes<sup>18</sup> 解決的靜電平衡問題。他總是說:「這真是傑作! 應該有人仔細一起研究它和判別式 (discriminants)。」我探討之後, 發現它有豐富的內涵。我找出了它的一般架構跟它與判別式之間的關聯, 有離散和  $q$ -判別式, 以及種種相關聯的東西由這個問題衍生出來。在許多情形, 不論他告訴你去研究一個特定的問題或是去看某個領域, 他的直覺都是對的。

劉: 他還在吧?

I: 他差不多八十歲了, 但他近來都在做教育。

劉: 我在史丹佛大學聽過他談這個。

I: 他說有兩件事可以證明他已經老了, 一個是他正在做數學教育, 另一個是他認為在這方面的努力將帶來改變。

李: 你在開羅念大學, 是怎麼從開羅到美國的?

I: 埃及的教育體系不太一樣, 一畢業就有相當於助教的固定職, 你就該去攻讀博士學位。我 1964 年畢業, 比我早畢業的人政府公費送他們出國留學, 後來, 因為戰爭經濟狀況不佳, 政府沒錢資助公費出國, 但也不明說, 只是不停口頭保證一定會有公費。於是我自己申請到加拿大 Al-Salam 教授給予的助理獎學金。可是因為埃及和以色列戰爭限制人民出境, 情況一團糟, 尤其是 1967 年。所以我畢業後在開羅教了三年半書, 最終才拿到出境簽證。Al-Salam 教授告訴我如果要研究特殊函數或是想跟別人合作都可以。但我很喜歡這個主題, 所以他就成為我的指導教授。

李: 那時候的埃及服兵役是義務嗎?

---

<sup>18</sup>Thomas Joannes Stieltjes (1856~1894), 德國數學家, 力矩問題 (moment problem) 的先驅者, 也研究連分數 (continued fractions)。

I: 是, 也不是。1956年以色列聯合英國與法國攻擊埃及, 爆發蘇伊士運河危機。之後埃及政府決定對高中生進行軍事訓練, 所以我有三年軍事訓練的經驗。高中畢業應該就學會了大部份軍隊的基本操練, 像是使用機關槍、拆解、清潔、上膛、退彈之類, 這是爲了民防。當然我不會開坦克車, 民防不需要開坦克車。那時候, 高中都有自己的槍。當時埃及真的有遭到侵入的威脅。後來我從大學畢業的時候, 兩萬名畢業生他們只抽籤徵五百名。現在都是義務役。

李: 你在大學的時候就已經開始接觸特殊函數了嗎?

I: 我在大四的時候修了一門特殊函數的課, 覺得非常有趣, 很喜歡, 我就自己一個人做, 然後申請到 Al-Salam 教授給的助理獎學金去加拿大。那個時候埃及和美國的關係很糟, 我不可能去美國; 如果想要出國, 只能去加拿大或蘇聯。如果去蘇聯, 沒辦法自己申請, 只能等政府補助; 而就算拿到美國的助理獎學金, 也拿不到出境簽證。所以我在到美國之前必須先去加拿大。

劉: 特殊函數是特殊的, 我總覺得研究特殊函數的人應該有些特殊的天份, 其它領域有系統的多。對特殊函數的直覺似乎是種獨特的才能。

I: 這是慢慢從經驗中得來的。

李: 你有本“Classical and quantum orthogonal polynomials in one variable<sup>19</sup>”的書, 2005年出版, 2009年修訂。倫敦數學學會出版了一篇書評, 你讀過嗎?

I: 這篇沒有, 但我認識作者 Erik Koelink<sup>20</sup>

李: 他提到並不是所有章节都是你寫的。

I: 有兩章是 Walter Van Assche<sup>21</sup> 寫的。

李: 他提到有其它的書寫法比較不正統, 有些書是從上而下, 而你的書則是由下而上。

I: 這其實是個重點。有本 Gasper 和 Rahman<sup>22</sup> 寫的書<sup>23</sup>。一開始馬上講如何發展最一般的情形, 於是有一堆的參數, 很快就把讀者搞得一頭霧水。要從一般定理發展到各式各樣的特殊例子是很困難的。所以我的方式是從沒有參數的  $q$ -厄米特多項式 ( $q$ -Hermite polynomial) 開始, 有系統地建立有四個參數的 Askey-Wilson 理論, 以很自然的方式置入這些參數, 以生成下個階段的函數。想一想就知道這是非常直接了當的。

<sup>19</sup>Classical and quantum orthogonal polynomials in one variable (Encyclopedia of Mathematics and its Applications 98), Mourad E. H. Ismail, ISBN 9780521143479, 劍橋大學出版社, 劍橋, 2009。

<sup>20</sup>Erik Koelink (1964~), 荷蘭數學家, 研究調和分析及特殊函數。

<sup>21</sup>Walter Van Assche (1958~), 比利時數學家, 研究正交多項式、特殊函數、逼近論 (approximation theory) 和微分方程。

<sup>22</sup>Mizan Rahman, 孟加拉籍加拿大數學家, 研究興趣包含超幾何級數和正向多交式。

<sup>23</sup>Basic Hypergeometric Series (Encyclopedia of Mathematics and its Applications), George Gasper and Mizan Rahman, ISBN 0521833574, 劍橋大學出版社, 2004

這個方式是我和 Christian Berg<sup>24</sup>一起設想出來的。我們也用了些 Andrews 和 Askey 的想法。你一定要有細節，有些細節借用其他人的想法。一開始我不會考慮最一般的情形。先試著了解最簡單的例子。如果可以弄懂最簡單的情況，我應該可以由此開始發展。這是哲學上的觀點。我在書中提到這個，但有時候會被忽略。

吳：請談談關於正交多項式、隨機矩陣的機率分布漸進的普遍性 (the universality of asymptotics) 以及它在數學或物理上的影響。

I：現在到處都是隨機矩陣。在一個隨機矩陣中有一個特定的高斯 (Gaussian) 或高斯酉系綜模型 (Gaussian Unitary Ensemble)，就正交多項式而言，這是厄米特多項式 (Hermite polynomial)。普遍性原則是說如果你用任一模型研究隨機矩陣的特徵值分佈，經過一些尺度縮放 (scaling)，會得到與高斯酉系綜模型相同的分佈。敘述起來很簡單，要證明就是另外一件事了。

這些問題在正交多項式領域早就有了，只是後來稱呼有所不同。主要是關於特殊函數中的多項式的漸進、零根等等的行為刻劃。隨機矩陣論用到大量的正交多項式理論，同時也為研究正交多項式的人製造很多有意思的問題。因為 Fredholm 行列式 (Fredholm determinants) 用在很重要的地方，我個人就做過一個 Fredholm 行列式的問題。有一個特定的 Fredholm 行列式代表一個隨機厄米特矩陣有  $k$  個特徵值落在區間  $(A, B)$  的機率，所以它的值必須是非負數。不過寫下來之後，這件事並不顯而易見。我們在不使用機率的情況下把這個問題延伸、一般化並且證明了它的非負性。這只是我個人從隨機矩陣得到的一件小結果，但是由此引入不同的核 (kernel) 的議題，例如貝索核等等。就調和分析而言這十分有趣。所以我們正在研究由隨機矩陣論產生的問題。

劉：我們都知道阿拉伯世界在一千兩百年多年前的輝煌年代，在數學方面尤其出色。你必然有想過：是文化背景還是其它的因素讓這發生？阿拉伯對科學的發展有卓越的貢獻。

I：我想要先解釋一下關於阿拉伯對科學的貢獻。我跟很多宗教團體的意見相左，他們主張這是在穆斯林的統治下發生的；我說不是。如果你看那些由穆斯林所統治的地區，科學興盛的區域是現代的伊拉克、伊朗、埃及和敘利亞、黎巴嫩、巴勒斯坦、以色列以及一些亞洲土耳其裔的共和國。這些地方都是在阿拉伯人入住前就有自己的科學傳統，而這個傳統延續下來了。阿拉伯沒有很嚴肅的科學。

這些是伊斯蘭教出現的地方。那時政治安定，一旦政治穩定，又已經有了傳統，美好的事情就會發生。成因是政治安定，寬容和正義，以及自由開放；並不是打壓或嚴厲執行特定教條或任何宗教。事實上，拉丁文的翻譯是從阿拔斯王朝 (Abbasid)<sup>25</sup>開始。當時執政的是哈崙

<sup>24</sup>Christian Berg (1944~)，丹麥數學家，主要研究領域包含數學分析和動差問題。

<sup>25</sup>伊斯蘭阿拔斯王朝，統治年間為西元 750 年到 1258 年，哈里發帝國的一個王朝，中國史書稱之為黑衣大食，該王朝統治期間，中世紀的伊斯蘭教世界達到極盛，是伊斯蘭黃金時代。

· 拉希德 (Harun al-Rashid)<sup>26</sup>。在他的宮中，夜夜笙歌、飲酒作樂，那時代可說是鼎盛時期。宮中的詩人是同性戀，他並沒有張揚這件事，但大家都知道。如果是嚴格奉行宗教的時代，這樣的人就算自己不承認也會被殺。我很確定其它基督教國家也有相同情況，我並不是指特定宗教。重要的在於有讓其生存、發展且不壓抑的態度，並且政治安定、提倡科學發展等因素。對不是阿拉伯背景的人來說，不一定會知道那時期除了科學以外，文學也非常豐富。這些都不是在阿拉伯地區中宗教起源的地方。是在其它有科學傳統的區域。

劉：那是歷史上的什麼時期？

I：大約從西元八百年開始然後持續了差不多四百年。但兩百年後它變得非常弱，其它地方開始起而代之，不過發展科學的傳統等被延續下來。西班牙也是，也有同樣的傳統。這基本上都是因為政治安定、寬容與言論自由。像是地球是圓的還是平的這類有趣的問題，對他們都不是問題。他們知道地球是圓的而不是方的。他們也知道很多其它的事情，例如地球的年齡。根據聖經上的歷史，地球大概有六千或七千年之久。但是他們知道這不是真的。可蘭經沒有提到地球有多老。所以就穆斯林來說，這是沒有衝突的。但對基督徒或是猶太人來說，聖經上記載了地球的年齡。如果不同意，也沒輒。對穆斯林來說，經上沒有提，可以自由地思考。

劉：你認為是什麼原因讓宗教變得那麼教條？

I：我不知道，這很不幸，因為沒有宗教要你行惡。不知怎麼的一旦某個特定宗教掌權，就會引起災難。

吳：請告訴我們你最喜歡的一項或最具挑戰性的工作。

劉：在你的職業生涯中，最興奮的一刻是？

I：其實最興奮的工作是開始和 Askey 一起合作，但是沒辦法特別指出是哪一項。我到威斯康辛大學就開始和 Askey 合作。跟小孩子說話，可以從表情知道他喜歡或不喜歡你說的話。Askey 就有這樣孩子般的臉，和他說話，真的可以從表情看出他喜歡或不喜歡，真好，就可以知道做的東西好或是不好。有時我們坐下來討論，談著談著，談出些非常有意思的東西。記得有一次做一個組合的問題，開始討論的時候，我們並不知道會有怎樣的結果，最後終於把問題解決了，真的非常有意思。我最好的工作有些是和 Dennis Stanton<sup>27</sup> 做的。他在明尼蘇達大學 (University of Minnesota) 任教。我和他一起做的一些工作應該是最出色的工作，我們的合作很愉快。我也相信我在 moment 問題和 continued fractions 問題的研究是重要的，靜電學和判別式的工作也很深入。

---

<sup>26</sup>Harun al-Rashid(766-809)，阿拔斯王朝第五代哈里發，當權時間由西元 786 年到 809 年，是科學、文化和宗教的鼎盛時期，藝術與音樂在他的領導下也有重大的發展，創立圖書館 Bayt al-Hikma (智慧宮“House of Wisdom”)，一個伊斯蘭黃金時代的主要學術中心。

<sup>27</sup>Dennis Stanton，數學家，研究領域包含代數組合和特殊函數。

劉：佛羅里達有一群出色的科學家，Dirac<sup>28</sup> 是在你的大學裡嗎？

I：不，他在佛羅里達大學 (University of Florida.)。Dirac 之後，是 Ulam<sup>29</sup> 接任講座，之後是 John G. Thompson<sup>30</sup>。也聘 George Andrews 為兼任講座。Thompson 現在已經是退休教授了。

劉：研究資訊理論和模控學的 Shannon，他在佛羅里達嗎？

I：不，但有一位發現卡爾曼濾波 (Kalman filter) 的 Kalman<sup>31</sup>。

劉：你曾經在香港城市大學待過兩年，感覺如何？

I：非常愉快。香港是很有趣的地方，我很喜歡。香港城市大學的前身是理工學院，過去給人的印象是學生程度較弱。我教的課程大部分是高階或研究所的課程，不過也教一門大一的微分方程，感覺很好。一班大概有七十人，學生素質不很一致，但是其中有十位非常好、非常優秀的學生。這些學生大多是大陸生。我想他們想在英語教學的大學念書，之後再到國外的研究所。因為大陸來的學生非常多，於是大陸生入學香港的大學有招生名額的限制，一旦有了限制，水準就提高了。不要誤會我的意思，有些當地的學生也不錯。但是大陸來的學生是一致性的優秀。很明顯的競爭非常激烈，招進來的學生都是最頂尖的。跟這些孩子一起工作非常愉快。那時有位老師給這些大陸生開一個英文的暑期營，提高他們的英文。他用英文教他們已經學過和還沒學到的內容。他說這是他教過最有意思的課，因為學生都非常棒。

陳麗貞：我曾提過想舉辦香港、大陸和台灣三方的特殊函數會議，你覺得如何？

I：中國有不少研究特殊函數的人。其中一個有名的是陳永川<sup>32</sup> 還有其他十位南開大學組合數學中心的人。他是組合學家，也涉獵特殊函數。我們認識的時候，他還是 G. C. Rota<sup>33</sup> 的學生。他們幫 Rota 辦了一場會。還有一位叫做祁鋒<sup>34</sup>，他研究特殊函數不等式，在不等式領域中最少還有其他八到九位很活躍的中國數學家。

吳：你覺得未來特殊函數最重要的研究方向是什麼？

I：我認為維持跟其他各領域間的聯結很重要，那是一座金山。因為你會從其他領域得到你從來沒想過的問題。常去探索其他領域是很重要的，我認為這對雙方都有利。

<sup>28</sup>Paul Dirac (1902~1984)，英國物理學家，1933 年獲頒諾貝爾物理獎，量子力學的奠基者之一，對早期量子電動力學的發展有重要貢獻，被視為是二十世紀最重要的物理學家之一。

<sup>29</sup>Stanislaw Ulam (1909~1984)，波蘭數學家，曾參與美國曼哈頓計畫，研究核能推動，提出使用蒙特卡羅方法 (Monte Carlo method) 計算核變的連鎖反應。

<sup>30</sup>John Griggs Thompson (1932~)，數學家，1970 年獲頒菲爾茲獎，1992 年獲頒沃爾夫獎，2008 年獲頒阿貝爾獎，主要研究領域是有限群。

<sup>31</sup>Rudolf Emil Kalman (1930~)，匈牙利裔美國籍電機工程師和理論數學家，創造卡爾曼濾波。

<sup>32</sup>Bill Chen 陳永川，中國數學家，研究興趣包含組合數學、離散動態系統 (discrete dynamical systems)，quantum angular momentum theory and computational biology。

<sup>33</sup>Gian-Carlo Rota (1932~1999)，義大利裔美籍數學家與哲學家，以泛函分析研究起家，後來轉研究組合學，是位傑出的數學家。

<sup>34</sup>Feng Qi 祁鋒 (1965~)，中國數學家，研究領域包含特殊函數不等式。

劉：我想我們今天就到這裡結束，下次再聊，謝謝你。

I：非常感謝。

—本文訪問者劉太平任職中央研究院數學研究所，吳德琪任職中央研究院數學研究所，李志豪任職中央研究院數學研究所，陳麗貞任教東吳大學財務工程與精算數學系，整理者陳麗伍、萬芷韻為中央研究院數學研究所助理—

## 102學年度周鴻經獎學金自即日起開始申請

截止日期：2013年11月15日止 (以郵戳為憑)

申請辦法：檢附周鴻經獎學金申請書、志向說明書、在學各學年之成績單 (碩士班一年級研究生須繳大學之成績單)、周鴻經獎學金推薦書、及數學相關系所之教授二人以上之推薦書，由校方函送中央研究院數學研究所申請

申請書與推薦書下載：中研院數學所網頁 <http://www.math.sinica.edu.tw>

詳細情形請查詢中研院數學所網頁 <http://www.math.sinica.edu.tw>

備註：本獎學金只限在台灣就讀的學生申請。