

## 有朋自遠方來——專訪



### Frans Oort 教授 (上)

策 劃：劉太平

訪 問：翟敬立

時 間：民國 101 年 12 月 3 日

地 點：中央研究院數學研究所

整 理：陳麗伍、萬菑韻

Frans Oort 教授 1935 年出生於荷蘭 Bussum, 1952~1958 就讀荷蘭萊頓大學, 1961 得到萊頓大學博士學位。1961~1977 任教阿姆斯特丹大學, 自 1977 起任教 Utrecht 大學直至 2000 年退休。他是知名的代數幾何學家, 主要的工作在 Abelian Varieties 與其 Moduli Spaces。

翟敬立 (以下簡稱「翟」): 早安 Frans, 訪問你是我的榮幸。這是意料之外的訪談。

Frans Oort (以下簡稱「O」): 感到榮幸的是我, 對我們倆都是驚喜。

翟: 我們通常先請受訪者談談他們的養成期, 由於每個人的背景不一樣, 這是很有趣的。是否請你談談你的少年時期以及如何決定投入數學? 有些人相信數學家是天生的。

#### 早期

O: 讓我先談談作為數學家的生活, 後面再談一些個人的故事。我很驚訝一群來自不同文化背景、歷史、成長方式的人處在一起而彼此能如此親近; 和其他數學家在一起的時候會突然間驚覺, 竟然能如此的了解彼此。這是在我的人生中看到的最令人興奮的事, 與我的合作者尤其如此。我和敬立有很多共通點, 也很了解對方。我很感激我們在數學上的深度切磋。接下來我也會強調這一點, 這只是個開場, 我想照著時間順序敘述發生在我身上的事, 這個主意怎麼樣?

翟: 好主意。

O: 大概在十一歲左右我決定將來要做數學。對我而言, 數學最吸引我的就是能用代數來形容幾

何的情境。這是我最初也是一直以來的動力之一，這是個起點。也讓我強調一下，高中，尤其是大學的時候，我不算是很好的學生。

翟：很驚訝，我可是第一次聽說。

O：至少有兩個原因。我是個非常活潑的男孩，比起乖乖待在家裡寫作業，我更想出去玩。我很感謝父親為我檢查功課，每當功課沒做完，他就沒收我的冰球棍，是他讓我不至於誤入歧途。學生時代，我喜愛做數學，但不擅長複製數學；也就是坐下來讀書而不知道問題或理論背後的動機，只根據定義一步步往下做，這樣的問題十題裡我大概只能答對七題。我的能力只有在遇到需要創造自己的想法的時候才能啟動。如果自我評估，這是我的弱點之一，我在技巧上不很在行；不過我的直覺和創意彌補了這些缺點。我以前的學生曾經這麼說：「Frans，在技巧上你不是個好數學家，但你有直覺。」我在大學時就已經是這樣了。

在我求學的早期有三個人很重要。其中一位，你可能沒聽過他的名字，Johannes Haantjes<sup>1</sup> 他曾是個活力充沛的年輕人，遺憾的是他走得早。1956年我還是大學生的時候他就過世了。我非常難過，因為我很喜歡他，他是位有親和力而且非常好的老師。他講課的內容展現出數學的優美。他有一個檔案，裡面有所有大一新生的照片，他叫得出每個人的名字。回想起來，如果他沒有去世，不知道我會變成怎樣，做為一個人我非常喜歡他，但他的專長微分幾何卻與我不投緣；不過人生就是這樣。

第二位是 Kloosterman<sup>2</sup> 他是位數論學家，和我父親同年，是一位非常好的人。他是那個世代頂尖的數學家之一，做了很多漂亮的工作。他非常的...有感情跟親切不足以形容他。他跟他的學生之間有深厚的情誼。我想部分原因是他沒有小孩，所以很自然的把學生當成自己的孩子。他對我相當好，曾做了一件對我很重要的事。我成為研究生的時候，請他給我一個博士論文的題目；這麼做當然是因為我很喜歡他，知道他是位傑出的數學家也是位好老師。他有一句名言：「最難的課應該由最好的老師來教，所以我總是教大一新生的課。」他很妙，有自己的一套幽默。在某門課的第一堂課上，他說「讓我證明120可以被所有整數除盡。我們試試1, 2, 3, 可以, 4, 5, 可以, 6, 可以。我們試試別的整數, 12, 可以。你看, 120被所有整數整除了。」他以前的學生間也流傳著一個秘密：「讓我們任意選取一個數...」我們都知道他會取哪一個數字。我去跟他要博士論文的題目，他立刻給了我一個。我花了一整天，然後去見他，說很抱歉，我不想做這個題目。他做了一個絕對不尋常的事——沒有發怒、沒有反對而且完全理解。這成了我帶學生的原則之一。讓學生做他或她自己想做的事，絕對不要干涉他們喜好的深層感受。Kloosterman 一方面給我自由，另一方面又全力支持我的作法，對我有真正的助益。當我申請補助時他寫了很正面的報告，尤有甚者，他也是很開明的人。他深信代數幾何是數學的主流，尤其對數論而言。歷史已經證明他是對的，他是我數學啟蒙時

<sup>1</sup>Johannes Haantjes (1909~1956), 荷蘭數學家, 專長微分幾何; 英年早逝。

<sup>2</sup>Hendrik Douwe Hendrik Kloosterman (1900~1968), 荷蘭數學家, 以研究數論和表現理論著名。

期非常重要的人之一。

那時還有一位對我很重要的人, Johan Feltkamp<sup>3</sup>, 是位長笛演奏家。小時候, 我想學長笛。但父母完全不理會我的請求。在萊頓 (Leiden) 的第一年我買了一隻長笛, 心想, 天啊, 我需要一位老師。於是打電話給 Feltkamp 請他做我的老師。這麼做有點奇怪, 因為他是上個世紀公認的最優秀的長笛演奏家之一, 絕對是頂尖的。想像一下一個從來沒碰過長笛的人對這麼著名的長笛家說: 可以請你做我的老師嗎? 這簡直就是瘋狂、突兀的舉措。但更讓人驚訝的是, 他立刻答應了, 甚至從阿姆斯特丹到萊頓來為我上課, 我從他那學到許多美妙的事。首先, 他教我怎麼吹出美麗的音色, 至此成為我一生保有的技能。有次我在某個地方吹奏, 一位有名的長笛家剛好在場, 問: 是誰有這麼美妙的音色。那就是我, 那是 Johan Feltkamp 教我的。但他從來沒有示範、告訴我該怎麼做, 他說: 這是一把笛子, 來, 你先呼吸, 然後試著吹出聲音來, 聆聽自己吹出的聲音。一些時日之後, 你會吹出你的第一個音。那真的很難, 他從來沒碰過我的笛子, 也從不告訴我該怎麼做。只說: 為什麼不聽聽自己的聲音, 這樣可以嗎? 好聽嗎? 能不能改進? 他從來不說你該做這還是做那, 只說: 好, 那就試試吧。於是我們就試了, 他很耐心的聆聽: 現在有進步了, 對對對。這種讓人完全自由發揮, 尋找自己的方式給我很深的感受, 留在我的記憶感覺裡, 成為我試著對待自己的小孩, 對待自己學生的方式, 也是我和同事與朋友相處的方式。我認為每個人都有自己處世的方式與自我的感覺。這是我的學生時代, 但有時候我感到寂寞, 那不是我人生中一段很快樂的時期。我的博士論文題目完全非我能力所及, 對我來說太難了。那是關於平面上給定度數, 給定節點的平面曲線的解形的不可約性的問題 (the irreducibility of the variety of plane curves of given degree with a given number of nodes)。Francesco Severi<sup>4</sup> 寫了一本代數幾何的書: *Vorlesungen über Algebraische Geometrie*, 在書中一個附錄裡, 他以典型的古典義大利做數學的方式證明了這個不可約定理。沒有公式, 只見一頁又一頁的論述。結果在那些論述中, 有個錯誤。基本上就是:「兩個不可約解形的交集還是不可約。」這個錯誤, 層層包裹在許多籠統含混的論證裡, 不容易被發現。

翟: 如果這個敘述正確的話, 會是個漂亮的定理。<sup>5</sup>

O: 因為用了這個錯誤的論述, 所以證明是錯的。一個圓和一條直線的交集是兩點而非一點; 而這個交集是可約的。這個錯誤藏在冗長的義大利句子之中。當然文章是用德文寫的, 卻是義式風格。這正是我的問題: 找出 Severi 敘述的正確證明。我在書桌前枯坐了一年毫無進展, 給我這個題目的人剛好去休假。就像偉大的荷蘭「哲學家」Johan Crujff<sup>6</sup> 說的:「Every

<sup>3</sup>Johannes Hendricus (Johan) Feltkamp (1896~1962), 荷蘭長笛演奏家。與 Jean-Pierre Rampal 和 Marcel Moyse 一同被公認為 20 世紀最偉大的長笛演奏家。

<sup>4</sup>Francesco Severi (1879~1961), 義大利數學家, 以在代數幾何上的貢獻著名, 古典義大利幾何學家之一。

<sup>5</sup>許多年後, Joe Harris 證明了 equisingular families of curves 的不可約性是正確的 (1985); 1959 年我解那個問題的時候 Harris 用到的方法還不存在。

<sup>6</sup>Hendrik Johannes Crujff (1947~), 荷蘭足球選手, 分別於 1971、1973 和 1974 得到金球獎, 被視為最偉大的足球選手之一。



disadvantage have its advantage<sup>7</sup> (禍兮福之所倚)」其時我沒有好的問題可做,沒有人可幫我。我寫信給比薩的 Aldo Andreotti<sup>8</sup>。這是在還沒有網路和 Email 的年代,只能寫信。經過很長的時間才得到回音,後來才知道,原來信寄到義大利之後,秘書沒有補貼郵票逕自轉寄給在美國的 Andreotti; 這封信因此經陸運海運,在船上待了好一陣子,才到 Aldo 手上。他立刻回信:可以可以,我很歡迎你;那是我數學生涯的第一個轉捩點。

### Aldo Andreotti 和比薩

Aldo Andreotti 是著名雕刻家的兒子,他是藝術家,非常好的人,也是偉大的數學家——是擁有幾何直觀的真正的幾何學家。他具有幾何天份,對數學有非凡的品味。我幾個月都得不到結果,在書中看到一個問題,向 Andreotti 提議改做這個題目,他給了我一個忠告:「如果一直更換題目,沒辦法有太多的成就。」那正是我需要的,在往後的數學生涯中,這個忠告我一直珍藏在心。記得半年後我得到第一個結果,那時 Andreotti 不在,我把結果打好,26頁的打字稿,現在還在。其中的數學符號,因為打字機的鍵盤打不出來,則以紅綠兩種顏色的筆手寫。我把稿子呈上,期待他回家後看個兩天,批上意見。他拿了這26頁稿子,看了之後說:「Frans 這很好,不過你的證明應該要顯示內在的本質,不是像現在這樣。」他是對的,我的博士論文中,這結果只占了半頁而不是26頁。

翟:不可能只有半頁吧。

O:最終真的就只有半頁。我一開始的方法是放到座標系統裡、寫出方程等等。Andreotti 教我做研究正確的方法,也隱隱地教了我如何給學生題目;挑一個能讓學生有能力動手開始做的題目,在對問題有了基本的了解之後,學生必須學習相當多有用的技巧。如果是做博士論文的,在幽暗的隧道盡頭,至少要有一線亮光;我是指以後的職業生涯中,你可以埋首於沒有一絲光線的問題,可以數年枯坐陷於絕望,但是作為學生,最好能有個起點。Andreotti 給我一個漂亮的問題,是我喜歡而且有能力開始做的。我必須念 Serre 的書 *Faisceaux algébriques cohérents*(1955) 必須學新的東西,必須了解 schemes 和 nilpotents。Andreotti 抽屜裡有 Grothendieck 的 *Éléments de la géométrie algébriques* 第一冊的初稿,卻沒有給我。他的想法是,這些東西由我自己去發現更好。

這是好事,因為我知道如果他把這三百頁艱深的數學給我,我會鑽進去終至完全迷失。而當時我真正是自力摸索,在這裡我們看到自己發現的東西,一般說來,比完全經由看書學到的,理解得更好。我喜歡引用費曼 (Feynman)<sup>9</sup>。他曾說過:「通常,除非腦袋裡有個特定的例子,不然我什麼都沒法理解。」後面我還會談到費曼 (Feynman)。正是透過例子,讓我的工作得以啟動。我自己完成了許多,你也知道我追根究柢探索每個例子的細節以及計算的能耐。

<sup>7</sup>是的,這裡的文法是錯的,但荷蘭文原文的用法即是如此。這句話成為我的指引,並在我遭遇困難時給予我慰藉。

<sup>8</sup>Aldo Andreotti (1924~1980),義大利數學家,研究代數幾何、多複變數函數理論和偏微方程算子。

<sup>9</sup>Richard Phillips Feynman (1918~1988),美國理論物理學家,以在量子力學裡 path integral formulation 的工作最為著名。

Aldo Andreotti 對我很好。關於他的事，我可以說上好幾小時。出了義大利，他是非常世界化的人。一回家，他立刻變回典型的義大利人 — 抱怨世上不好的事、抱怨稅收、抱怨所有的事，我如果和他約好四點見面，不到六點半，他不可能有時間見我。

翟：當然，那是義大利時間的四點。

O：就是！義大利時間！有一回他到阿姆斯特丹來，他在那裡，四點就是四點，只有回到義大利才不同。他有著奇妙的性格，他很好，真正了解我需要什麼。對於如何做數學，如何擁有分辨好數學的品味，他是典範之一。我從他給我的博士論文題目開始，完成後他非常滿意。在比薩待了一年之後，我到巴黎去。

### Jean-Pierre Serre、巴黎及其他

在時間上，我先到比薩，基本上自己學，得到絕佳的指導以及 Andreotti 給的題目，至少自己做了些成果，然後是巴黎活絡的氛圍，這樣的順序很好。在巴黎，我有個大好機緣，非常幸運地成為 Jean-Pierre Serre<sup>10</sup>的學生。他是個不可思議的人，我很少看到有人一方面在數學上、在性格上、在對人的支持上達到那樣的水準，而在另一方面又非常犀利，如果你說了什麼不正確的事，立即抓狂。你也知道有個關於 Serre 的故事，他坐在下面聽演講，聽到「這個解形沒有同調群」，Serre 就說：「每個解形都有同調群，你指的是它的同調群是零？」關於 Serre，我可以講好久好久。他對我非常好，極力支持我。每當我有問題，我們就約在巴黎的某個咖啡館見面。他總在我之前到達，點杯啤酒，好整以暇地坐在那。見面之後，沒有寒暄，沒有客套，開門見山：「你想知道什麼？」於是我問他個問題，他信手拈來，告訴我一個反例。「還有什麼問題？」我又問另一個問題，他又給一個反例。然後他說：「你真正想做的是什麼？」我解釋給他聽我嘗試做的東西，他給我兩個參考資料和一些想法，然後看著我：「就是這些？」我說是的，目前就只有這些。於是他離開，而我則需要兩個多月的時間，才能釐清他的建議，他給了我正確的切入方向。

我在巴黎也曾經接觸 André Néron<sup>11</sup>。他剛剛證明了一個漂亮的定理。我請他講解給我聽，但仍然不很懂，雖然我的法文還可以但數學不好，他建構了「Morphismes p-morphiques」，就是現在所謂的「Néron minimal models」。那是 1961，而我直到 1967 看了 Serre 和 Tate 的論文<sup>12</sup>，才終於了解什麼是 Néron minimal model。我也遇見過 Grothendieck<sup>13</sup> 在巴黎將近尾聲的時候，我想起一個在比薩時想做的問題，一個下午的時間就解決了。在巴黎這段時間我學到許多，讓我可以輕而易舉的證明以前覺得困難的東西。我領悟到看待事物

<sup>10</sup>Jean-Pierre Serre (1926~)，法國數學家，1954 年獲頒菲爾茲獎，2000 年獲頒沃爾夫獎，2003 年得到阿貝爾獎。在代數拓撲、代數幾何及代數數論上有重大的貢獻。

<sup>11</sup>André Néron (1922~1985)，法國數學家，曾任教 Université de Poitiers。研究方向為橢圓曲線與交換解形。他定義並建構 Néron minimal model。

<sup>12</sup>J.-P. Serre and J. Tate, *Good reduction of abelian varieties*, Ann. of Math. (2) **88**, 1968, 492-517.

<sup>13</sup>Alexander Grothendieck (1928~)，德裔數學家，1966 年獲頒菲爾茲獎，是為近代代數幾何理論奠基的中心人物。

的方式, 是 Serre 教我的。這是我的巴黎時期。

我認為我們應該說明, 尤其是對學生, 什麼是「薰習 (learning by osmosis)」在巴黎, 我聽了一整年的課, 沒有聽懂任何東西, 嗯, 我以為什麼都沒聽懂。

翟: 那是不可能的。

O: 回到荷蘭, 卻發現在數學上, 我已經脫胎換骨, 不一樣了, 沒辦法一一指出我學到什麼, 這就是薰習 (*learning by osmosis*) 或潛移默化; 兩個細胞, 其中一個含有高鹽分, 另一個沒有, 鹽分會在兩個細胞壁之間出入, 這就是 osmosis (滲透)。這是我學數學的方式, 外界有許多數學知識, 而我的腦袋空空, 但數學知識就這樣在完全不自覺之下進入我的腦海。有些法國學生對我很卑鄙, 一次在咖啡館裡, 我問了個問題, 被問的人看著我, 眼睛裡寫著:「你這個大笨蛋, 怎麼能問出這麼笨的問題。」也不回答, 轉身就走。後來我發現, 我的問題絕對合理, 仍然沒有解。

另一次在巴黎, 我正考慮另一個問題。我思考後問一位法國同行:「你如何做這個問題?」『噢, 這是已知的。』我回道:「不是吧?」我跟他解釋漏洞在哪裡, 我們不知道的地方在哪裡, 以及我的想法。『噢, 是這樣嗎?』說完就走開了。下個星期我們參加同一個討論班, 他坐在教室的另一頭, 避免與我有任何接觸。兩個星期後, 他製造了一篇論文, 裡面有我的問題, 他開始動手解決, 卻完全不提我們的談話, 更別說我的建議了。這對我是個震撼, 這可是有頭有臉的大人物之一, 這就是巴黎的氛圍。Serre在前一年給了一個演講, 我問他的學生:「我能向你借筆記嗎?」『好啊好啊』卻一直沒給我。原因是他若借給我, 我可能在了解之後證明一些他證不出來的東西。他避免給我任何資訊、任何幫助。

翟: 有些人對競爭很在意。

O: 非常非常在意。這就是我的巴黎時光, Serre 對我很支持也很好, 但是同儕間的氣氛並不很好。我很幸運, 確實證明了一個定理, 雖然只是整個理論中微不足道的  $\epsilon$ , 但那至少是一個成果。後來的演變是, Grothendieck 以為他做了這部分, 卻沒有, 需要我的這個小結果, 完成他建構 Picard scheme 的定理。所以至少我有一些貢獻。我很幸運有 Andreotti 和 Serre 做我的博士論文指導教授, 這就是我的巴黎時光和我在巴黎所受的薰陶。下面也許該換個話題, 談談教學。

## 教學

翟: 我認為你真的是位很出色的老師。在這方面, 我想不出有幾人能和你並駕齊驅。

O: 多謝你的稱讚。做學生的時候, 我是為了當老師而學數學。事實上我為人代課, 當過一陣子老師。最終能做研究真的很幸運, 讓我能把教學跟研究結合在一起。教大一代數的時候我總會做一件事; 我問學生:「你們知道費曼的方法 (method of Feynman) 嗎? 好, 我會解釋給你們聽。先讓我說一個費曼在「別鬧了, 費曼先生: 科學頑童的故事 (Surely you're joking,



Mr. Feynman!: Adventures of a curious character) 中的故事。他在日本訪問，提出各式各樣的問題。一位年輕的日本物理學家寫了整整一黑板的式子解釋一個理論給他聽，我可以想像這些日本科學家能以近乎機械的方式寫下一堆複雜的方程。在講解當中，費曼指著一個複雜公式中的等式問：「這裡對嗎？」年輕人緊張起來，把整個理論從頭推演一遍，就在這個地方發現了錯誤。他奇怪怎麼可能有人發現這個錯誤？用「費曼的方法」：也就是 心中有一個 non-trivial 的例子，一個瞭如指掌的例子；用這個例子來檢驗黑板上出現的每個式子。一旦你的例子和黑板上的公式有出入，公式就是錯的，因為你對例子了解得很透徹。

教課時我總是說：證明開始後你就要有個例子在腦子裡用來檢驗所有的東西，我用下述的方式協助他們做這件事：如果我知道將在兩個星期後講解一個相當複雜的證明，就先給他們一個簡單的情況做為課後的練習。下次上課，我問：做了這個作業的請把手舉起來；我很生氣，因為只有幾個人做了。好吧，我會解釋這個例子。於是我花上很長的時間詳細地告訴他們有關這個例子的所有細節。他們並不了解這個例子為什麼那麼重要，但是他們喜歡這個例子，最終也通盤了解了這個例子。這個方法的妙處在於，幾乎不需多做說明，他們就能了解隨後將要到來的證明。然後當困難的證明在兩個星期之後出現時，一瞬間我看到教室裡學生眼中閃過的光芒；當然，我們知道這個，因為我們做過那個練習，我們知道那個例子的所有細節。我也會在某一個證明中停下來：「來吧！費曼的方法——你們心中有什麼例子？」他們醒過來，腦袋一片空白。「讓我們想想，有誰知道什麼群不是交換群？」沒有人知道。「請想想我第一堂課的第一個練習。」於是他們想到了：啊，六元群... 用例子來檢視每一樣東西非常重要! 後面我還會回到這個話題。

在我的教學生涯中，我總認為對學生的能力要有信心，告訴他們只要腳踏實地，應該就能了解上課的內容。我熱愛教學，花許多時間在教學上，直到現在還開些奇怪的課。在荷蘭我每兩年為年長者開一門課。沒人認為教不淺顯的數學是可能的，主事的機構警告我：Frans，如果註冊的不到十個人這課就開不成了。但是第一次就有五十人，而且他們都很喜歡，即便不是基礎課程。第一次我講 Wiles 關於費馬定理的證明，告訴他們證明的想法，就一兩處做詳盡的解釋，然後播映 BBC 由 Simon Singh 製作的紀錄片「費馬最後定理」。

翟：想當然他們不能理解原本的證明。

O：當然不能！但我為他們說明了各種東西，也給他們一些困難的證明，還有練習。他們也需要回家自己複製這些證明；事實上，每次開課都有五十人上下，其中一兩個也許會生氣：「這太難了！」而退出。留下來的四十八人則很喜歡。雖然不能明白每個細節，但喜歡課程的內容。比方說，有一次我花一個小時解釋橢圓曲線的拓樸，事實上我做的就是以球的二階映射在四個分支點經切割後造出一個黎曼曲面。他們居然全都懂了，然後他們也懂了出現在 BBC 紀錄片中的甜甜圈形狀。只要你了解一個已知的橢圓曲線的拓樸，至少你就明白它到底在做甚麼了。

## 哈佛

下面是我在遭到些愚弄的法國際遇之後的一段數學生涯。1966 我有個大好的機會前往哈佛大學。哈佛人待我極為友善，我就像回到自己的家一般。David Mumford<sup>14</sup> 大方的在我抵達的頭一個星期就為我解釋一些尚未發表，我以前不知道的素材，不但如此，後來又讓我把它作為暑期學校的教材。John Tate<sup>15</sup> 也在，他的洞察力和想法出眾而且具啟發性。他一直關注 David 和我想要做的事，看著我們掙扎，開我們玩笑：「看來你們碰壁了。」

翟：是啊，我老是聽到像這樣關於 Tate 年輕時的故事，我看到的 John Tate 想來已經柔軟許多了。

O：那真是美好，他們都極為和善。有兩次 David 給我他已經開始，或是已經證明，或是他自己發想的問題要我完成。這種大度正與我在巴黎的遭遇相反。還有 Barry Mazur<sup>16</sup>，Robin Hartshorne<sup>17</sup>，和 Raoul Bott<sup>18</sup>。你知道 Raoul Bott 嗎？

翟：知道，他常裝作甚麼都不知道。

O：其實他懂許多東西。我曾有個有趣的經驗，發生在某個會議由 Bott 主持的一場演講。講者解釋一個代數理論，牽涉到  $\mathbb{Z}_2$ ，在座的 Tate 越聽越不耐煩，最終所有取值在  $\mathbb{Z}_2$  的同餘群都有限，Tate 完全不能苟同，因為這當然不對。這個歧異在於對於拓樸學家  $\mathbb{Z}_2$  是只有兩個元素的集合，而對數論學家而言代表的是 two-adic 整數所成的環，兩者有文化上的不同。講到後來連結果是否已經得證都不清楚，經過一番熱烈的討論 Raoul Bott 把拳頭往桌上一敲，宣布「表決！」而結束了討論，很滑稽。

他和我有些個人的接觸但不太多，數學上的交流則少。但我和 David Mumford, John Tate, Barry Mazur, 以及 Robin Hartshorne 則有許多討論，從他們那兒學到許多。有一次廣中平祐 (Hironaka)<sup>19</sup> 到哈佛來演講，那時他還沒應聘哈佛。他講的有些亂，真的讓一座傑出的學者聽得挫折，終於，我想是 Tate 發難了：「廣中，請告訴我們你到底想證明什麼？」廣中轉過身來，以日本人一貫的微笑回答：「我想證明我能給出例子。」就是這樣。當思緒處於龐大的想法中（他於數年後得到菲爾茲獎），即使面對的是那樣的聽眾，他仍然不為所動，繼續講解自己的例子與想法，這份捍衛自己的勇氣，真了不起。1966~1967 對我是極其重要的一年。

<sup>14</sup>David Bryant Mumford (1937~)，美國數學家，1974 年菲爾茲獎得主，2008 年沃爾夫獎得主，以其在代數幾何的傑出工作著名。其後 Mumford 改變領域研究視覺理論。

<sup>15</sup>John Torrence Tate, Jr. (1925-)，美國數學家，2002/03 年沃爾夫獎得主，2010 年阿貝爾獎得主，以其在代數數論，算術幾何以及與代數幾何相關領域的許多根本貢獻著名。

<sup>16</sup>Barry Charles Mazur (1937~)，美國數學家，以在數論的工作聞名。

<sup>17</sup>Robin Cope Hartshorne (1938~)，美國代數幾何學家；著有深具影響力的教科書 “*Algebraic Geometry*”

<sup>18</sup>Raoul Bott (1923~2005)，匈牙利裔數學家，2000 年沃爾夫獎得主，以他在廣義幾何上諸多基本的貢獻聞名。

<sup>19</sup>廣中平祐 Heisuke Hironaka (1931~)，日本數學家，1970 年菲爾茲獎得主，以在代數幾何中的 resolution of singularities 的工作最為著名。



John Tate 證明了一個漂亮的定理，是關於某些有限群 schemes 的分類，但是證明中缺少一個小小的環節。我坐下來，經過冗長的計算以及多次變形的論證等等，解決了這個部分。我把證明拿給 Tate 看。沒想到一個在法國的青年，在服役報到的途中，聽到這個問題，就在火車上解決了它。他以清楚的論證，不僅做出了我用一個月的時間才解決的特殊情況，還包含了更廣泛一般的情形。

翟：我猜那是 P. D.，是吧？

O：當然，就是 Pierre Deligne<sup>20</sup>。就這樣，因為 Deligne 清楚、簡短、讓人讚歎的漂亮證明，我在這個理論的貢獻就此蒸發化為烏有。我要求 Tate 將我的名字從我倆共同具名的這篇論文中刪除，因為這是他的結果，而我的貢獻是零，但他堅持共同發表。只同意發表時不以作者姓氏的字母排序，他在前，我在後。這篇後來成了我被引用最多的論文。John Tate 發表的文章不多，我的貢獻也許就是促成這篇文章的發表。這些就是關於我如何展開我的數學生涯的經過。回顧當年那個在街頭貪玩不想做功課的男孩，經過 1959~1967 與 Andreotti, Serre 以及 Mumford 密切的接觸後，從哈佛回來的我，在數學上已經完全不同。（不過我自認，從幼時到現在，我的性格從未改變。）

這裡，我想對（大多數）數學家的態度多著墨些。我覺得 所有的數學家都處在一個大家庭中。在這個領域中的每個人都可以問其他人問題，這是很不尋常的。其它領域就不是這樣，例如物理有個階級，不允許年輕人打擾那些真正有成就的人。數學則不同，寫信給 Serre，他會回信，知無不言，言無不盡。這是一種生活在一個大家庭的感覺。與此平行的是對數學的讚歎與仰慕。Serre 曾說過<sup>21</sup>：「很簡單，你只需要做如下的解釋：

別的科学探索發現上帝選擇的法則  
數學探索發現上帝必須遵循的法則。」

我的意思是，數學是聖杯，數學的真理讓數學家以它為志業。在如此恢弘偉岸的數學之前，我們只是它卑下的僕人。就是這樣的態度讓數學家有如此的行為表現。你不認為嗎？

翟：至少對像我這樣的人是如此。

O：當然，一直以來我們有共同的經驗。就像我提到的，有人犯錯 Serre 可以為之大怒，但核心在於他認為數學是重要的，不容被糟蹋。基本上就是這樣。這是我從 Andreotti, Serre 以及許多同儕數學家們身上感覺到的。

—本文訪問者翟敬立任職中央研究院數學研究所，整理者陳麗伍、萬菡韻為中央研究院數學研究所助理—

<sup>20</sup> Pierre Deligne (1944~)，比利時數學家，1978 年菲爾茲獎得主，2008 年沃爾夫獎得主，2013 年阿貝爾獎得主，以在 Weil 猜測的工作最為著名。

<sup>21</sup> Jean-Pierre Serre, Lettre du Collège de France, no 18 (déc. 2006); 參考：<http://www.abelprisen.no/binfil/download.php>, page 30, footnote 4.