

## 有朋自遠方來——專訪

### George Lusztig 教授



策 劃：劉太平

訪 問：程舜仁、王偉強、David Vogan

時 間：民國 105 年 1 月 6 日

地 點：中央研究院數學研究所

整 理：黃馨霈

George Lusztig 教授 1946 年生於羅馬尼亞，1968 年自 University of Bucharest 畢業，1971 年取得美國普林斯頓大學碩士和博士學位。現為麻省理工學院 Abdun-Nur 數學講座教授，以在表現理論及代數群的工作為人所知。2005 年獲羅馬尼亞科學院數學研究所授予榮譽院士，為英國皇家學會、美國人文與科學學院及美國國家科學院院士。2014 年獲頒邵逸夫數學科學獎。

程舜仁 (以下簡稱「程」): 首先, George 謝謝你願意接受訪談。我們先從下面的問題開始: 你什麼時候知道自己對數學感興趣? 在怎樣的年紀? 怎樣的時間點?

Lusztig (以下簡稱「L」): 大概是 14 歲, 在那之前我對數學就很有興趣, 但 14 歲才下定決心要當一位數學家。

程: 所以在進大學前, 你就知道自己想當數學家。

L: 對。

程: 了解。不過, 可能你也知道在華人的文化裡, 父母通常...

L: 是因為八年級參加奧林匹亞競賽, 那時我對這種國家奧林匹亞沒什麼概念, 不期待會有好的表現, 結果卻出乎意料, 我就決定要認真花很多時間在上面。

王偉強 (以下簡稱「王」): 在你初中的時候? 14 歲?

L: 高中第一年的時候。

程: 你就讀 University of Bucharest 的時候, 當時的數學系與西方的學校相較, 在課程上有什麼不同?

L: 嗯, 很難比較, 非常不一樣。首先, 大學要唸五年, 但在最後兩年必須做一些專題, 也許比較像碩士的學程。

程: 我要問的是, 進到大學只需要修數學課, 還是也需要修其它的?

L: 必須進到數學系, 通過入學考試, 決定自己喜歡的校系。

程: 所以不像在美國, 必須修其它數學以外的課...

L: 也不是, 舉例來說, 學生得修馬克思主義。每年都要修某些馬克思主義的課, 五年中大概有兩年要修。

程: 你學了什麼? 我的意思是, 這些課教什麼?

王: 我們在中國大陸有一門類似的課, 要學中國共產黨的歷史。

L: 對, 有一門辯證唯物主義, 是某種馬克思主義哲學, 還有政治經濟這類的主題, 但也都是馬克思主義。此外我們還有教學教法的課。因為這個系基本上是為了培育師資, 所以我們要上教學教法, 另外第一 year 要上物理, 還有力學。

程: 所以是數學和力學的系, 跟俄羅斯的體系一樣, 這回答了我第二個問題: 羅馬尼亞的教育體系是否受到蘇聯影響? 顯然在這所大學答案是肯定的。

L: 有個影響是, 市面上有許多俄文數學書, 翻譯所有來自西方的東西, 每卷 Bourbaki 都有俄文翻譯, 這些書定價極為低廉, 我能輕鬆購買, 相形之下比現在更負擔得起。

程: 現在我們沒人能買得起, 特別是 Elsevier 的期刊。

王: 你能讀俄文嗎?

L: 可以。

程: 想來你們在高中或大學俄文是必修?

L: 我們 4 年級到 11 年級都要學俄文, 大一大二也要。

程: 滿多的。

王: 俄文是第二官方語言嗎?

L: 不是。我們要修兩種外語, 俄文是必修, 另一種可以選英文、法文或德文。

程: 所以你選的是?

L: 雖然理論上如此, 但也要看實際的開課狀況, 不是每間學校都有這些選項。我修法文。

程: George, 你讀 University of Bucharest 時, 有沒有哪位教授影響你最深?

L: 有, 有位教授叫 Teleman。叫 Teleman 的有好幾位, 來自同一個家族, 有血緣關係。這位教授有四個兄弟都是數學家, 其中一位是我的教授。

程: 爲什麼你要到西方去? 怎麼去的? 你離開羅馬尼亞後直接去美國?

L: 不, 其實我先前到過西方一次, 又回到羅馬尼亞。1968年我參加義大利的暑期學術活動, 會後去了英國, 這其實是不被允許的, 但我去大使館申請溯及既往的許可。回國半年後到德國波昂, 再去美國。其實, 我收到普林斯頓大學的邀請是因爲 Atiyah<sup>1</sup>的關係。我第一次和 Atiyah 見面在牛津。

程: 我想不是每個人都知道 Atiyah 那時在普林斯頓。

L: 我 1968 年在牛津第一次見到他的時候, 他正要到普林斯頓。應聘的同時可以推薦一些年輕人到高等研究所, 他推薦我和他一起工作。所以 1969 年他已經在普林斯頓了。

程: 不, 你說過你先去了義大利。

L: 不是, 那是另一次, 是我第一次出國。先到義大利, 再到英國, 而後回羅馬尼亞。我在牛津時就收到普林斯頓的邀請, 回國後申請去普林斯頓, 卻遭到拒絕。

程: 那你怎麼辦?

L: 不過同時我也收到波昂 Arbeitstagung 的邀請。那個邀請被批准了, 因爲時間短, 只有一週, 算是地方當局的權限, 長途旅行則需要中央批准。所以同一時間, 一個批准, 一個駁回。因此, 我先去了波昂, 從那裡繞道去美國, 因爲我沒有美國簽證。

程: 但你有普林斯頓的邀請函?

L: 對, 實際上我先去加拿大, 參加一場會議。在加拿大申請美國簽證, 待了兩個月, 之後才到普林斯頓。

程: 和 Michael Atiyah 一起做研究是怎樣的情況?

L: 當然我不是他正式的學生, 他是非常傑出的數學家, 爲人極好, 給了我很大的幫助。其實我們討論, 又討論, 幾乎天天都在討論, 那真的...

王: 你去 Warwick 之前在普林斯頓待了一年?

L: 兩年。

Vogan (以下簡稱「V」): 他必須拿到博士學位。

王: 對, 才可以教書。但你的論文做的不全是 Lie theory, 對嗎?

---

<sup>1</sup>Michael Francis Atiyah (1929~), 英國數學家, 1966 年費爾茲獎得主, 主要研究領域爲幾何, 被譽爲當代最偉大的數學家之一。

L: 對。

王: 你是怎樣逐漸地或者迅速地轉向 Lie theory, 或 Lie type 有限群 (finite groups) 的研究?

L: Atiyah 當然懂一些 Lie theory, 對古典群表現 (classical group representation) 知道的既多又精。但他對例外群 (exceptional groups) 評價不高, 覺得不重要, 可以忽略。因此我知道的全都是指標理論 (index theory) 的東西, Michael Atiyah 其實是拓樸學家。但是後來因為 Quillen 的一場演講, 那時 Quillen 也在普林斯頓, 他用有限群表現 (representation of finite groups) 的方法解決拓樸裡的一些問題; 事實上, 他利用 Brauer lifting 把有限群的模表現 (modular representation) 提升成以複數為係數的 virtual representation, 類似 Green 以前做過的東西。

其實那是非常深奧的定理, 沒有其他拓樸學家意識到這樣做, 很令人讚嘆。他運用那個方法解決某些拓樸的東西, 我很感興趣, 問 Atiyah 對於 Brauer lifting 有沒有更明確的瞭解。因為 Quillen 從有限體  $GL_n(F_q)$  的自然表現著手, 以某種方式與某些複表現, 它的 virtual representation 連結。我問他是否已經知道 virtual representation 的分量 (components)? Atiyah 告訴我, 特徵標 (characters) 已經知道, 但實際的表現仍未知, 特徵標是經由 Green 的工作為人所知。

王: 在 type A?

L: 那只是標準的  $GL_n(F_q)$  表現。這些分量中有一個是離散級數表現 (discrete series representation), 仍未知, 已知的只有它的特徵標。我開始有興趣, 所以學的基本上是我需要的, 後來我對表現理論越來越感興趣。

王: 那時已經有 Green 的  $GL_n(F_q)$  特徵標理論?

L: 對, 1955 年就出來了。有趣的是, 離開普林斯頓前我得到 Warwick 大學的聘書, Green 正好在那。我以為對於我想解決的這個問題那裡會是個好地方。但我錯了, 其實他身體不太好, 幾乎從沒到系裡來。

王: 之後你在 Warwick 持續做那方面的研究?

L: 對, 但 Carter<sup>2</sup>在那, 我跟他討論, 他為我解釋各種代數群, 我們合寫了一些論文。最後我終於能解決這個問題。

王: 在那個階段你還是只研究 type A?

L: 不, 我第一件事是藉由運用 Witt 向量的某個明確的模型, 找到方法來建構這個  $GL_n(F_q)$  的離散級數表現。然後很快地我開始對古典群問相同的問題, 因為它們也有一個自然的表

---

<sup>2</sup>Roger W. Carter, 英國華威大學榮譽退休教授。定義 Carter subgroups, 並著有 Simple Groups of Lie Type 這本重要著作。

現。在做這個工作的時候，透過對 Brauer lifting 的審視，我開始對表現理論有些了解。

V: 以當時的技巧來看，不可能做出這些古典群的特定表現；但另一方面，經由你之後十年的工作，這些卻變得出奇地簡單。不過想到這些問題曾經那麼複雜，簡單其實只是貌似簡單。是這樣嗎？

L: 基本上古典群在 Brauer 提升 (lifting) 之下會發生什麼情況？比方說 symplectic 群，有  $2n$  個分量 (component)，在模設置 (modular setting) 裡有  $2n$  維表現，將這  $2n$  維表現提升，其中之一實際上是與 Coxeter 環面 (torus) 對應的一個離散級數，但其它的也很困難，不是離散級數，卻必須用離散級數分解。在  $GL_n$  裡，所有其它的都是直接 induced，完全沒有被分解。在別的古典群中，分解不是簡單的工作，我必須了解有不等參數的 Hecke algebra (Hecke algebra with unequal parameters)，是我必須要用的... 所以比  $GL_n$  還來的複雜。這個方法只能建構一個級數，但古典群有多個離散級數，好幾個非同構 (non-isomorphic) 的環面。

事實上我下了不少功夫，最終做出些成果，卻從未發表，只寫了一些非常簡短的摘要。其實那是相當不錯的理論，沒有發表某方面是因為它已經過時。但這一切其實幫助我獲得許多經驗，在其它方面對我也有很大的助益。

V: 所以聽起來，你可能做了一些幾乎是為這些古典群寫下特徵標列表 (character tables) 的事，無論如何，你非常明確地計算了很多表現的特徵標，了解所有的共軛類 (conjugacy classes)。每個做數學的人都必須做些這樣的計算，但有些人比其他人還要喜歡，你喜歡計算嗎？你算的真不少。

L: 嗯，我確實很喜歡計算。

王: 嗯，那些計算是我從來沒有真正唸過的東西，但我學過你的辮子群 (braid group) 計算，過了 20 年仍然是個折磨。我教過辮子群幾次，總是選比較簡單的類型來教，但即便如此它還是非常複雜。即使到了今天，我也從未嘗試計算  $G_2$ 。

V: 你說過在 Bucharest 必須修一門教學的課，你有沒有從這門課學到什麼？

L: 沒有。

V: 但另一方面你提到 Teleman，你是怎麼學到如何寫出好的數學論文和做出好的數學？你追隨和效法的對象是誰？

L: 我在大學時的確寫了些論文，但我不認為我從 Teleman 身上學了什麼。從 Atiyah 那倒是學了不少，我試著以他為典範；應該說從 Deligne<sup>3</sup> 身上學到更多，我學了他的寫作方式。

王: 我讀過一些 Atiyah 的文章，我記得你們的風格不是很類似，讓我這麼說吧！

<sup>3</sup>Pierre Deligne (1944~)，比利時數學家，最重要的貢獻之一是 1970 年代關於 Weil 猜想的工作，1978 年獲得菲爾茲獎，2013 年獲頒阿貝爾獎。

L: 不像。

V: 讀論文、聽演講, 目前為止你已經讀過也知道許多人做的數學, 有沒有哪些人是你認為大家應該效法的最佳典範?

L: Milnor 是我心目中的第一名, 一直有人告訴我他是這方面最厲害的數學家。他的書絕對是最好的, 他的演講也是最好的, 是我的典範。

V: 你是否慎重考慮過回去做拓樸? 1970 到 1980 年代, 在你開始做有限群、約化群 (reductive groups) 等之後, 你勢如破竹地解決問題, 同時又快速地開啟新問題, 很難想見你會回去做一些其它的東西, 因為還有很多東西值得挖掘。

L: 現在還是這樣。不過還有個原因, 我在普林斯頓時覺得自己會成為拓樸學家, 我知道 Dennis Sullivan, 和他有些接觸。事實上我當時的印象是, 他在解決拓樸的所有主要問題, 那就是我之所以不做拓樸的原因。其實即使到現在, 我還是覺得表現理論比拓樸有更多有趣的問題。我覺得拓樸做為一個工具是非常有用的。

王: 古典群有更有意思的東西。

L: 但我發現拓樸作為一個目標, 本身並不那麼有趣。

V: 我忘了是誰說的, 數學就像花園, 在土地上施肥澆灌是很重要的。

L: Hironaka<sup>4</sup> 說的。

V: 對, 但有些部分的數學是花朵, 所以或許群和表現是一些花朵。數學裡有許許多多嶄新的想法由你切身參與創造。我的印象是, 絕大多數的新觀點是在你有待解的問題, 卻無法用現有的數學解決時出現, 所以你就造了個新東西來解決一個舊問題。你是否曾發掘一些東西, 只因為它看起來會是很有意思的想法? 我總感覺 Kac-Moody Lie 代數像人為造出來的, 因為在 Serre relations 寫下來後, 我們或許會說:「嗯, 我們不需要它是有限維代數之類的, 所有的形式 (formalism) 還是做得出來。」我的感覺是, 似乎沒有多少理由要去做這個可以做得出來的數學。但你引入這個主題的新東西, 似乎總是為了來告訴你與舊問題有關的東西, 至少起初如此。

L: 其實我的印象是, 向來在我追尋某些目標的時候, 總是運氣好, 機緣湊巧發生了些事情。舉個例子, 某個時候我非常想了解如何分類古典群的表現, 與 Deligne 合寫論文後我就很想知道, 覺得這是真正重要的問題。儘管  $GL_n$  的情形已為人所知, 如何分類古典群的表現卻仍全然未知。我並沒有想出任何新方法, 我已經知道與 Deligne 合寫的論文中的方法。但後來我遇見 Ree 和 Chang 這兩位韓國數學家, 你們知道這兩個人嗎?

V: Ree group 的 Ree ?

---

<sup>4</sup>廣中平祐 Heisuke Hironaka (1931~), 日本數學家, 1970年以在代數幾何的工作獲得菲爾茲獎。

L: 對, 還有另一個人是他的合作者。他們研究有限體 (finite field) 上的  $G_2$  特徵標。我在溫哥華碰到他們, Chang 告訴我他有個學生, 剛算出古典型的任意不等參數的 Iwahori Hecke algebra (Iwahori Hecke algebra of classical type with arbitrary unequal parameters), 他有它們的構造和度數 (degrees), 這小子實際上不再做數學了。這個消息來的正是時候, 於是我研究他的東西, 發現幾乎就是我缺少的。像這樣的事有好幾次, 我只是碰巧得到正好缺少的東西, 它們剛好被送到我面前。

王: 但是如果那時沒有那個方法, 你大概會硬著頭皮自己解了。

L: 有可能。這些機緣接二連三而來, 在我了解這些古典群之後, 立刻發現某篇論文的抽印本裡有人找到  $E_8$  型 Hecke algebra 的 generic degree。

王: 對例外群感興趣, 你可不是 Atiyah 的好學生。

L: 我真正想做分類... 回到前面提到的 generic degree, 我從那裡得到如何建構非阿貝爾傅立葉變換矩陣 (non-abelian Fourier transform matrix) 的一些想法, 因為上述論文裡有  $E_8$  的度數表, 可以看到它們頭幾項都有這樣的係數,  $1/120, 1/24, \dots$ , 我從中看出一些模式 (pattern)。不過這本抽印本來的時機正好。

王: 那些你都是自己動手算的, 對嗎?

L: 不, 我沒有做那些計算, 是別人算的。

程: 但我要說的是, 如果沒有那些, 很有可能你會自己算, 是嗎?

V: 嗯, 你有一些可以差遣的朋友。我的意思是, 最終你一定會需要所有 Weyl 群表現的分支表, 你不必自己算, 可以麻煩他們算, 不過要為結果負責。

L: 對, 即使在那之前, 我第一次用電腦是計算 fake degree, 在這項研究中我做了古典群的 fake degree, 我想知道例外群的 fake degree。為此我找了 Warwick 的某個人, 告訴他計算規則, 他就幫我計算。那是我第一次用電腦。

王: 我想我知道他的名字, Beynon? 他不是數學家。

L: 不是, 他是計算機科學領域的。

王: 所以對於 exceptional type 的計算有時沒有電腦, 即便是你都覺得無望。

L: 對, 電腦帶來很大的改變。大概在 1960 年代, 大家認為古典群簡單, 而例外群較難。因為電腦的關係, 我想現在反過來了。

V: 我想問一個看似截然不同, 但或許也不是那麼不同的事。Joanne Jonsson 是 MIT 數學系的行政人員。當然, 系上有很多人到各地開會, 他們常跟她聊起到過的地方, 她說她最喜歡聽你跟她分享, 因為她說: 「他看到每一樣東西, 記得每一件事情。」你知道這件事嗎? 我指

的是顯然你知道，比起其他人，你更能洞察某些數學的東西，但你是否察覺到你對其他事物也是如此？

L: 我很訝異!

V: 你提到在種種因緣巧合下，有現成的結果正是你需要的。不過數學世界裡現成的成果比比皆是，要找到合適可用的卻未必那麼容易。

L: 其實我會開始對量子群感興趣，是因為 Borel<sup>5</sup>寫了封信給我，他說 Michio Jimbo 有個工作我可能會感興趣，因為 Jimbo 做了些看似 Hecke algebra 的東西。他知道我對 Hecke algebra 有興趣，他說實際上 Hecke algebra 直接在 Jimbo 的工作裡出現。他點出這點，於是我研究量子群並且開了門課。

程: 那是什麼時候？哪一年？

L: 1986。

王: 那篇論文在 86 年發表。我想我們可能對你在量子群的工作，比你早期在李型有限群的工作知道的多一些。即使我翻過你早期的書一兩次，還是不確定自己吸收了多少。

L: 但我覺得李型有限群某方面來說，比量子群來的有趣，因為不知道結果，很神祕。

王: 沒錯，李型有限群的這些問題已經有 100 年那麼老，可說是一個古典的老問題。那麼我們可以說引進幾何方法是李型有限群的關鍵之一嗎？

L: 確實，沒有幾何的方法什麼事也做不成。

V: 令人驚訝的是，Green 在 1950 年代就完整列出不可約  $GL_n$  表現的表，所以只要夠努力，似乎就能達成任何事。但也就是因為你和 Deligne 引進的幾何方法，才讓其中的一些結果更清楚，讓人更明白什麼必須是對的，而不僅僅是某些可怕計算的結果。

L: 喔，Green 所有的文章都很令人讚嘆，他是唯一精通模表現的人，所以能夠用 Brauer 的方法。他是 Hall<sup>6</sup>的學生，因此他知道關於 Hall 多項式的種種，他用這個來定義 Green 多項式。他了解所有這些東西，在他之前，Steinberg 在做這方面的研究，但只做到  $GL_4$ 。

王: 我很確定對稱多項式，Hall-Littlewood，還有如何讓所有這些東西運作，確實需要對它們有所專精。不過回到量子群，從 86 年到 94 這好幾年間，你都很專注在量子群上，它是你的主要工作。

L: 對，幾乎有 10 年之久。我研究兩個理論，其實是兩件事：一個是在單位 (元) 根的量子群 (quantum groups at a root of unity)，試圖了解它們對模表現的助益；另一個是 canonical basis。

---

<sup>5</sup>Armand Borel(1923~2003)，瑞士數學家，研究代數拓撲、李群理論，在李群、代數群和算術群有根本的貢獻。

<sup>6</sup>Philip Hall(1904~1982)，英國數學家。主要研究領域為群論，以有限群及可解群的工作著稱



程：那時我們還是學生。

王：對，那時候我還不懂 canonical basis，雖然我上你的課時有抄筆記。

L：但現在你了解頗深。

王：但只有到了現在我才真的需要它。過去 5 到 10 年我已經被學生訓練得很好，不知怎的我不過遭到不同學生以不同目的再教育。

L：其實 Borel 是對的，他可以看出了解 Hecke algebra 對我有幫助，我就能把某些東西搬到量子群，一點也不錯。

V：你談到和 Atiyah 以及 Deligne 一起工作，他們可以說是你的老師，也是合作者。你喜歡和學生一起工作嗎？我的意思是你有兩個選擇：你可以寫一本優美的書，寄給出版社；或者收一位學生，這是非常不同的滿足。你有過美好的經驗嗎？

L：有，我有一些非常好的經驗。我有一些非常優秀的學生，很開心能有這樣的學生。其中一個是 Spaltenstein，另一個是 Xuhua He。我有好幾個這樣的學生，但不是所有人都是如此，其中一些真的很優秀。

V：有沒有學生真的改變了你做數學的方式，改變了你做某些問題的思維？

L：有，我從 Spaltenstein 身上學到很多，比從其他學生那裡學到的還多。他其實是我非常早期的學生，大概是最早在英國的時候。

程：他是第一個還是第二個學生？

L：一開始我有三個學生，他大概是一年後才來，可能是第二個，第一個是 de Concini。

王：從你的著作目錄，不難發現你絕大多數的論文都是單一作者。談到這樣的工作方式和合作者，基本上是你自己的選擇，還是自然而然就是如此？你有怎樣的看法？

L：沒錯，我通常獨自研究，有些例外，但我想單獨做研究對我是很自然的。

王：即使是那些冗長的計算，你也願意自己來？

程：George 說過他喜歡計算。

V：我不曉得是否和 Deligne 合作，寵壞了你和別人合作的胃口。

王：可能很多人傾向有多位合作者，而不是在漫長的學術生涯中獨立研究？

V：我問過在數學評論 (Math Reviews) 工作的人，他們可以輕易統計出共同作者的人數實際上是否有增加的趨勢。我的印象是人數確實是增加的。

L：甚至是四個人... 我發現有四位作者的論文也變得稀鬆平常，至少我在這場會議中看到。

程：對，沒錯，三或四人。很平常，因為溝通變得容易。

王：對，也變得有效率。單一個人只有一種專業。我們學東西不夠快，即便我們知道該學什麼。合作者往往令我讚嘆，他們帶來許多不錯、又有別於一般的方法，我單打獨鬥可能要花更長、或是一輩子的時間來學。

V：不過關於合作有各式各樣的笑話，我記得的可能不是很對。駱駝是集體炮製的馬 (A camel is a horse designed by a committee.)，合作總有一些問題。

L：我從來沒有待過四人團隊，三個人就是上限。

V：有一次你告訴我，你在 Bucharest 唸中學的時候...

L：不是中學，在 Bucharest 是唸大學的時候。

V：對，你參加划船隊。怎麼樣分配划船、唸書和做數學的時間？

L：在 Bucharest 我划得不多。其實是高中最後兩年我才划船，與課業並不衝突。一週大概兩次，我體育很差，因緣際會接觸到划船。我忘了是怎樣開始的，但它改善了我的健康，所以是很好。

V：但後來你沒再繼續了。

L：後來唸大學，第一年仍持續，不過不是很方便，要走很遠，划了一年我不是很喜歡。在我們家鄉有條河，很方便，我很喜歡。

V：你找到其它活動了嗎？我的意思是，爲了做數學，你是否覺得必須做點不同於數學的事？

L：有，舉例來說，像瑜珈。我想沒有瑜珈我無法運作。

程：做瑜珈時你是否會想到數學？

L：不會。

程：你是否可以輕易地讓自己的腦袋關機？譬如準備就寢時，可以很快進入夢鄉？

L：我要睡覺時可以入睡，問題在於我常在半夜醒來，腦中總有些問題浮現，讓我往後兩小時無法入眠。但就寢時沒有問題，因爲很累。

V：你說過你喜歡讀 Milnor 的書，有沒有什麼非數學的書你覺得值得一讀？

L：有。

V：《愛在瘟疫蔓延時》？

L：那本很不錯，我很喜歡。你喜歡嗎？

V：嗯，我記得大概二十年前你提過。

L：對，我提過。

V：看吧，你要很小心你說過的話，我們全都會記下來。

L: 嗯, 這位作家我很喜歡, 我讀了好幾本他的書。

程: 《百年孤寂》(*One Hundred Years of Solitude*)?

L: 對。

王: 我想舜仁可能推薦過這些書給我。

程: 非常好的書, 馬奎斯 (Marquez) 的書。

V: 你現在還會讀非英文小說之類的書嗎?

L: 會, 事實上我剛讀了一些巴爾札克 (Balzac) 的法文小說, 有時我會讀羅馬尼亞文的書, 偶爾也讀義大利文的, 但相對較少。義大利文的書過去倒是讀了不少。

程: 你說過你只在義大利短期待過。

L: 一年。

V: 義大利文和羅馬尼亞文相去不遠?

L: 對, 但還是要學, 不是...

V: 嗯, 我知道義大利文不是方言。

L: 但還是可以從一種語文過渡到另一種, 瞭解到某種程度。

V: 你以前的俄文數學書是不是跟著你一起帶到美國來? 這些書還在嗎?

L: 不, 是我姊姊帶過來的, 我姊姊後來才來, 她把書帶來, 所以全部都在。但我無法讀俄國文學作品, 我的程度不到那。其實有本我最近讀的書, 覺得很不錯、值得推薦, 是俄國人 Vasily Grossman 寫的《生命與命運》(*Life and Fate*), 主題是史達林格勒戰役。這本書真的很不錯, 跟《戰爭與和平》有些相似, 也談到某些涉及俄國國家存亡的戰役。

V: 那麼音樂呢? 你有很多機會聽音樂嗎?

L: 我太太功勤 (Gongqing) 每天都會彈鋼琴, 練琴。

程: 在家就有現場演奏可聽, 真好! 你睡前看書嗎? 是否讓你感到放鬆?

L: 不會, 睡前不會。

王: 你本身寫過好幾本書, 是否享受寫書的經驗?

L: 那些不是真的書, 第一本寫的是  $GL_n$  的離散級數表現, 原先沒有設定是一本書, 而是論文。我投稿 Ann. Math., 他們提議出書而不是當作論文發表, 所以我就照做。

V: 《約化群在有限體的特徵標》(*The Characters of Reductive Groups over Finite Fields*)?

L: 我也把它看作是論文而不是一本書, 書的話應該要讓它更容易讀, 但我沒有這麼做。我是用盡可能快速完成的方式來寫, 所以我寫下所有東西, 不很在意讀者。

V: 我本來要問你寫過幾本書, 但我想那很容易計算, 你寫的文章長度是常態分佈, 任何一篇超過 200 頁的論文都是書。

王: 但是“*Introduction to Quantum Groups*<sup>7</sup>”肯定是一本書。

L: 是某種... 但...

程: 是介紹 (introduction)。

V: 如果是論文, 標題裡就不該有「介紹」。

王: 但是這本你從開始就想把它寫成一本書。

L: 對。

V: 那麼 *Hecke Algebras with Unequal Parameters* 呢?

L: 那是被要求的, 我在 Montreal 給的系列演講他們要我寫成書。那些內容我在 MIT 講過, 已經有一些筆記, 只需要加以擴充。所以實際上“*Introduction to Quantum Groups*”大概是唯一原本就預定不是論文的書。

V: 真有趣。

王: 對, “*Introduction to Quantum Groups*”要花許多功夫才能融會貫通, 我的意思是, 需要另外的介紹才能進入這本介紹。

程: 我一直在想它的標題, 我的意思是, 你是刻意將書名取作“*Introduction to Quantum Groups*”的嗎?

L: 你覺得有誤導之嫌?

V: 這個書名遵循 André Weil<sup>8</sup>基礎數論的傳統, 我假定你相信這類好書很重要, 能讓下一代數學家深入這些問題。你說過有限 Chevalley 群的特徵標是最令人興奮或極為令人興奮的工作, Roger Carter 曾在文章中闡述這些, 我想很多人都受益良多。你想過這些嗎? 會不會覺得寫這樣的書不是你的工作? 我的意思是, 量子群那本書有點像是那樣。

L: 我知道, 但是有限群的表現理論, 可能我覺得自己了解的還不夠深。所以有些仍待研究的東西, 我會把它放在心裡, 有成果時寫些文章好好闡述, 但我自認還沒有準備好。我認為理論仍不完備, 我也不覺得自己擅長寫這類文章。

V: 你只是必須學 LaTeX。

王: 我想 George 在用 TeX, 對吧?

---

<sup>7</sup>George Lusztig, *Introduction to Quantum Groups*, Progr.in Math.110, Birkhauser Boston 1993, 341p. (Reprinted 1994, 2010.)

<sup>8</sup>André Weil(1906~1998), 法國數學家, Bourbaki 創始元老之一, 在數論及代數幾何上有根本的貢獻。

V: AMS TeX, 對。

L: 舉個例子, 我很不擅長校對, 曾經出錯。

V: 在我們剛剛提到的這 4 本書中, 有 7 個錯...

王: 我認爲你的方程式是可靠的, 不僅是印象而已, 其中不同的東西我都以很具體的方式用過。

V: 大約在 1980 年的時候, 你讓我影印幾頁你算的冪零元素 (nilpotent element) 等等, 還有例外群。有這些計算非常好, 它們很完美。糟糕的是, 你用淺藍墨水書寫, 複印效果很差, 難以閱讀, 但這些計算很可靠。

王: 現在你大部分的工作仍用手寫, 還是你打字很快, 手寫筆記打完就丟?

L: 不, 我打字, 確實不會整篇文章都用手寫, 也許只會動手做一些計算, 累積夠多之後就把它們打出來。

王: 學 LaTeX 時, 相對於 AMS TeX, 自動處理編號這項優點說服我們, 讓我們都選擇用 LaTeX。但看起來, 你似乎從不爲交叉參考 (cross reference) 煩惱? 因爲我們有時需要大幅更動排序, 方程式的編號當然就亂了, LaTeX 自動就會照顧到這點。AMS TeX 對你來說好用嗎?

L: 因爲我有不同的編號方式, 某些節是用 A, B, C, D 爲方程式編號, 改變章節編號沒有關係, 方程式的編號不需更動, 所以章節的號碼不包含在方程式的編號裡, 只是一個字母, 例如 1t 節, 方程式 A 之類的。

王: Quantum Group 這本書寫的真好, 我對這個主題了解得越深, 就越發欣賞。除此之外, 我幾乎沒發現錯誤, 是近十年來我最爲熟知的一本書。

程: 我想我們兩個都各有兩本。

程、王: 一本在家, 一本在辦公室。

L: 但我認爲量子群相對簡單, 有限群的表現理論更讓人興奮, 更有趣。

王: 這就是爲什麼我還可以懂一點量子群。

程: 你提到 Atiyah 和 Deligne, 有沒有其他你景仰的數學家? 除了上述兩位, 還有其他人嗎?

L: Gauss, 舉例來說。

程: 喔, 的確! 我們都很景仰他。有 Lie theory 的人嗎?

V: 你讀過 Lie 或 Élie Cartan 的論文嗎?

L: Lie 的確實沒有, 但我讀過一些 Élie Cartan 的論文。

V: Hermann Weyl 呢?

L: 我有他古典群的書, 我讀了絕大部分。

V: 談到數學的風格, 我不確定是不是 Roger Howe<sup>9</sup>說的, Weyl 這本書中有價值千萬的數學, 全都是一分一分的零錢 (It has a million dollars' worth of mathematics all in pennies.)。

L: 或許我應該提 Chevalley<sup>10</sup>。事實上我在 Warwick 大學時, 圖書館有 Chevalley 研討會的文獻, 這些很難取得, 不知為何沒有正式發表。

V: 嗯, 很多這類法國研討會的文獻可以在學校圖書館和一些地方取得。

L: 所以我就研究這些。

王: 是研討會的講義?

L: 不, 不是講義, 是 Chevalley 的剖析文章 (exposés), 有些是 Borel 的, 也有些是其他人的。但研討會由 Chevalley 主持, 關於約化群的分類。

王: 你有計畫再寫本書嗎?

L: 沒有, 但如果我了解李型有限群表現的話就會。

程: 會有個介紹。

V: 你知道 Macdonald 的論文嗎? 他以 Weil 群表現重寫 Green 在  $GL_n(F_q)$  上的工作。

L: 不知道。

V: 他證明  $GL_n(F_q)$  的表現, 一一對應於一個  $p$ -adic Weil 群的  $n$  維表現等價類 (equivalence classes)。  $p$ -adic 體應該有剩餘體 (residue field)  $F_q$ , 你只需讓 Weil 群表現在 wild inertia 是平凡的 (trivial), 而他定義在這些表現上的等價關係就是限制在慣性子群 (inertia sub-group) 的等價。所以基本上, 撇開必須存在一個 Weil 群的延拓, 它不過是慣性子群的表現 modulo wild inertia。他也證明這些與  $GL_n(F_q)$  表現一一對應。無論如何, 我問這個是因為一兩週前我才知道這篇 1980 年左右發表的文章, 它的表述方式 (formulation) 對任何有限 Chevalley 群完全可行。

L: 不, 它還是需要 special classes, 所以這樣不會得出正確的...

V: 看吧, 顯然這是 Bill Casselman<sup>11</sup> 常說的, 這不可能是對的, 但我還沒被說服。我的意思是, 有一些  $L$ -packet 的東西必須要... 或許要描述  $L$ -packet 很困難, 或者根本是不可能, 但依我看來那些想法能提供一個方式, 來解釋你過去的一些工作。

L: 我不這麼認為, 我想你還是得說出 “special representation” 這個詞, 否則不能指望做分

<sup>9</sup>Roger Howe(1945~), 耶魯大學數學系教授, 以在表現理論的工作為人所知。

<sup>10</sup>Claude Chevalley(1909~1984), 法裔美籍數學家, Bourbaki 創始元老之一。

<sup>11</sup>Bill Casselman(1941~), 美國加拿大籍數學家, 研究群論。

類。

V: 我不這麼想, 我們可以再談。做數學最讓你開心的是什麼? 思考往後五年的規劃, 或許你會期待有非常傑出的學生, 教一門精采絕倫的課, 解決一些嚴謹的問題, 或寫出好的論文等等。懷有願景是很正常的, 這些都是你曾經做過的事, 那麼你的目標是什麼?

L: 教學, 嗯, 但我從寫論文中得到的樂趣最多。我不認為我會解決什麼重要的問題, 我只是做一些比較小的事情從中得到樂趣。

王: 不過大體看來, 你本身比較是解題者, 還是理論家? 當然, 歸類很難, 但某些人仍傾向解問題, 解著名的問題, 他們會設定一些目標。

L: 不, 其實我喜歡尋找猜想, 找出猜想的模式 (pattern), 可能比解問題更來得有趣。

王: 特別是解你自己的猜想?

V: 我像是 Gelfand<sup>12</sup>說的, 做精準的猜想不只更有趣, 也更重要。任何人都可以寫些證明, 但前提是猜想要準確無誤而且有趣。

L: 那就是我喜歡猜想的原因。

王: 或許它們不該那麼容易證明。

V: 嗯, 有時猜想經過適當的陳述, 證明「的確」很簡單。最好的一種猜想或許就是, 用一種前人沒有用過的方式來說某個東西, 就可以...

L: 但有時如果一個好的猜想看來顯然是對的, 我就不那麼感興趣, 證明也就沒那麼重要, 我是這麼覺得。

V: 對, 沒錯。黎曼假說可能是個極端的例子, 做數論顯然是值得的, 可以用來看假說背後的含意, 因為很可能是對的, 它的內涵豐富寓意深遠。我想我列的問題問的差不多了。

程: OK, 我想差不多了, George 再次謝謝您!

L: 謝謝。

—本文訪問者程舜仁任職中央研究院數學研究所, 王偉強任教美國維吉尼亞大學數學系, David Vogan 任教麻省理工學院數學系, 整理者黃馨霏為中央研究院數學研究所助理—

---

<sup>12</sup>Israel Gelfand(1913~2009), 俄國數學家, 被視為二十世紀最偉大的數學家之一。在數學各領域諸如群論、表現理論及泛函分析上皆有重大貢獻。