編 者 的 話

十六世紀的義大利已解出三次及四次方程。十九世紀初, Abel (1802~1829) 才證明出五次方程式未必有根式解, 其後 Galois (1811~1832) 提出五次方程式有根式解的充要條件: 方程式對應的群的結構要夠好。從方程式的「表象」提煉出「規則」的抽象化歷程, 耗時兩百多年。之後 Frobenius (1849~1917) 奠定了表現理論的基礎, 同時研究表象 (模) 及規則 (代數)。賴俊儒教授鋪陳這整個歷史。

而人工智慧的一個重大缺陷, 恰就是無法從具體資訊中提煉出抽象概念。人工智慧或許能夠證明定理, 但仍無法提出有趣的數學抽象概念來產生定理。

John Wallis (1616~1703) 生於牛頓 (1643~1727) 的上一個世代, 博學多識。他是無窮小微積分的先驅, 啟發了牛頓的工作。他並引進「無限大」的數學符號 ∞, 也擅長密碼破解。當時大多數數學家認為代數缺乏歐幾里德證明的堅實基礎, 因此代數比不上幾何。然而 Wallis 認同將代數作爲產生新想法和新結果的手段。不同於牛頓, 他樂於以代數形式發表結果。

1656 年, Wallis 發表了圓錐曲線的代數公式, 從圓錐體中釋出圓錐曲線, 用以計算曲線所包圍的面積。在同年出版的《 Arithmetica Infinitorum》中, 他討論了這種計算面積的方法, 對無窮小量求和。他致力於冪序列的求和, 獲知這些總和與已知量的比率。他進而探討 $\int_0^\pi \sin^n x dx$, 將 π 寫成無窮乘積。林琦焜教授藉由 Beta 函數及 Gamma 函數, 講述 Wallis 積分與球體積、球表面積的關聯。

光速恆定原理是狹義相對論的基礎公設, 意指: 在任何慣性參照系中, 觀察光在真空中的傳播速度, 則相對於該觀測者, 光速都是常數, 不隨光源或觀測者在參考系的相對運動而改變。因此, 在靜止的觀察者看來, 運動中的系統長度會縮短、時間會膨脹 (亦即, 尺的刻度會擴張、時鐘會走慢)。愛因斯坦在 1905 年, 基於光速恆定原理, 推導出勞侖茲變換。1916 年, 重新推導, 簡化計算, 引進勞侖茲收縮。張海潮教授介紹愛因斯坦 1916 年的推導。

對所有 $\theta \in (0, \frac{\pi}{2})$, 不等式 $\theta < \frac{\sin\theta+\tan\theta}{2}$ 恆成立; 這可由不等式 $\sin\theta < \theta < \tan\theta$ 得證。藉由泰勒展式, 張鎮華教授得到更強的不等式 $\frac{2\sin\theta+\tan\theta}{3} > \theta$. 張教授徵求不用微積分的證明方法。他也邀請讀者用各種方法證明 $\frac{2\theta\cos\theta+3\tan\theta}{5} > \theta$.

數學傳播電子版網址:

https://web.math.sinica.edu.tw/mathmedia/

梁惠禎
2023 年 3 月

數學傳播 185 第四十七卷 第一期

目錄

淺談代數: 從決鬥的數學家到表現理論 ··· 演講者：賴俊儒 3

愛因斯坦對勞侖茲變換的簡單推導 ················ 張海潮 15

Wallis 積分與無窮乘積 ························· 林琦焜 20

三角比相關的不等式的一個小備註 ················ 張鎮華 42

2^n 在分母的級數收斂性質補遺 ··················· 張進安 45

SASAS正弦型方程式對比三角形正弦定理與圓內接
多邊形各邊長、頂角與頂角弦長關係方程式·· 李輝濱 51

從兩種直角三角板到 14 種“中學有理三角形” ····· 林開亮 77

“數學文化”的傑出傳播者 — 著名數學家齊民友 ··· 邵紅能 90

麥比烏斯定理的聯想 ··········· 戴立輝 · 蘇化明 · 陳　翔 95

構造妙解 感覺何來 ····················· 鄒黎明 · 浦敘德 99